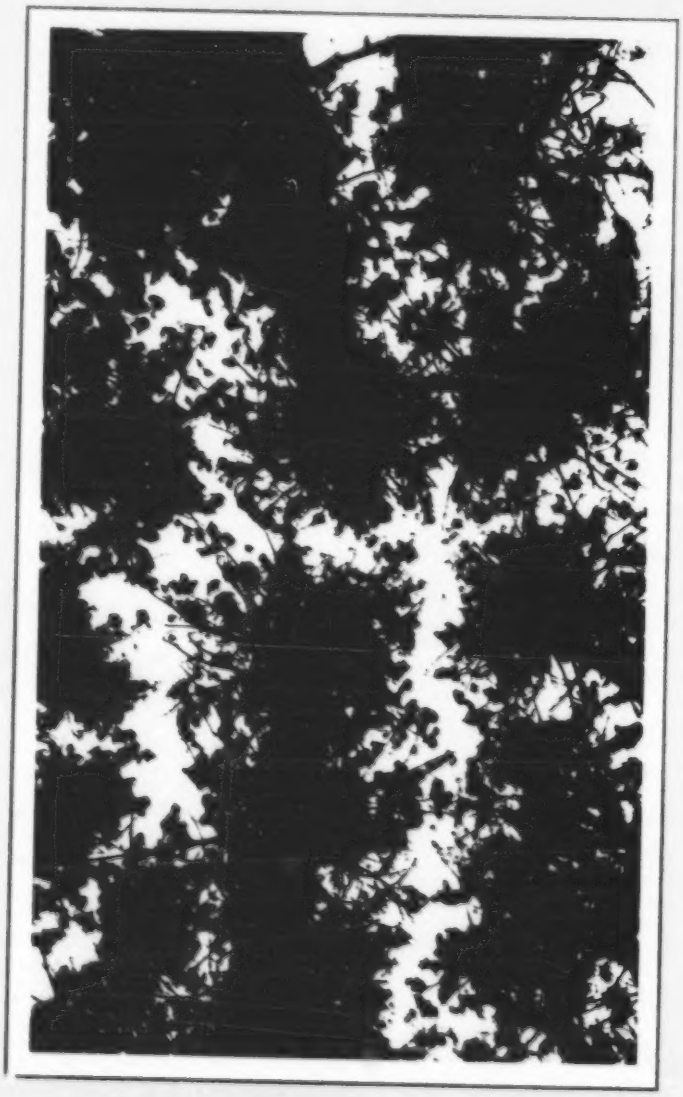
Forêts Canada
Forestry Canada

Mesure du défilement de forme variable

R.M. Newnham

Rapport d'information PI-X-83F
Institut forestier national de Petawawa



91-00354/

INSTITUT FORESTIER NATIONAL DE PETAWAWA

Le mandat de l'Institut forestier national de Petawawa (IFNP), comme celui des autres établissements de Forêts Canada, est de promouvoir une meilleure gestion et une utilisation plus rationnelle des ressources forestières du Canada, pour le bien économique et social de tous les Canadiens. Les objectifs des programmes menés à l'Institut appuient ce mandat à travers la découverte, le développement, la démonstration, l'application et le transfert des innovations. En tant qu'institut national, il doit s'attacher à des problèmes qui débordent le cadre régional ou qui nécessitent des compétences particulières de même qu'un équipement non disponible aux installations régionales de Forêts Canada. La plupart du temps, les recherches sont effectuées en étroite collaboration avec le personnel des centres régionaux, des services forestiers des provinces et de l'industrie forestière.

Les travaux de recherche et les services techniques de l'Institut sont regroupés autour de cinq principales activités:

GÉNÉTIQUE FORESTIÈRE ET BIOTECHNOLOGIE — Ce programme encadre des études sur la génétique forestière, la microbiologie, la micropropagation, la génétique moléculaire et la recherche sur les semences. Il comprend également les services à la clientèle et la banque de semences du Centre national de semences forestières. Lié à plusieurs organismes internationaux, ce centre existe depuis longtemps.

SYSTÈMES D'AMÉNAGEMENT FORESTIER — Ce programme intègre en recherche et développement des opérations concernant les incendies de forêt, la télédétection, la météorologie, la modélisation, la croissance, la récolte et le relevé des insectes et des maladies des arbres (RIMA). Il permet ainsi l'élaboration et la démonstration de systèmes d'aménagement forestier.

STATISTIQUES NATIONALES SUR LES RESSOURCES FORESTIÈRES — Ce programme fournit les renseignements biologiques, techniques et socio-économiques sur les ressources forestières du Canada. Il vise le développement des bases de données et l'établissement de nouveaux logiciels et bases de données pour aider à l'élaboration des politiques forestières. Le Programme d'inventaire forestier recueille l'information sur les forêts au niveau national, maintient le Système sur les ressources forestières canadiennes et prépare l'inventaire des forêts du Canada.

COMMUNICATIONS — Ce programme regroupe les services offerts par la bibliothèque, les travaux touchant la sensibilisation du public, les renseignements, la rédaction-révision et les publications. L'Institut reçoit plus de 20 000 visiteurs chaque année. Le Centre d'accueil, des visites autoguidées et un programme éducatif complet sont ouverts à tous. C'est à l'IFNP que l'on trouve l'entrepôt et le centre de distribution national de toutes les publications scientifiques de Forêts Canada.

LA FORÊT EXPÉRIMENTALE — Outre des peuplements naturels où l'on applique divers traitements dans le cadre des plans de recherche en sylviculture, la Forêt de Petawawa, mesurant 100 km^2, comprend de vastes superficies de plantations âgées de plus de 60 ans. Les plantations expérimentales livrent des données sur la croissance et la récolte à la suite des expériences de culture. Elles fournissent aussi du matériel génétique dont le lignage est répertorié et qui se révèlent de plus en plus utiles pour les études sur la micropropagation et la génétique moléculaire. C'est un lieu par excellence pour mettre à l'essai des stratégies d'aménagement forestier à court et à long termes.

MESURE DU DÉFILEMENT DE FORME VARIABLE

R.M. Newnham

Rapport d'information PI-X-83F
Institut forestier national de Petawawa
Forêts Canada
1990

©Ministre des Approvisionnements et Services Canada, 1990
N° de catalogue Fo46-11/83-1990F
ISBN 0-662-96251-6
ISSN 0706-1854
Imprimé au Canada

Il est possible d'obtenir sans frais des exemplaires de cette publication auprès de :

Forêts Canada
Centre national de diffusion
Institut forestier national de Petawawa
Chalk River (Ontario)
K0J 1J0

Téléphone : 613-589-2880

Des copies ou des microfiches de cette publication sont en vente à l'adresse suivante :

Micromédia Ltée
Place du Portage
165, rue Hôtel-de-Ville
Hull (Québec)
J8X 3X2

This publication is also available in English under the title
A variable-form taper function.

Table des matières

v Résumé/Abstract

1 Introduction

2 Définitions

2 Revue des formules existantes de défilement

4 Méthode

5 Données

5 Épinette noire
6 Pin rouge

6 Résultats

6 Valeurs du paramètre k
7 Régression de k par rapport à la hauteur relative
13 Comparison du degré d'exactitude des cinq modèles
16 Estimation de la hauteur marchande
18 Estimation du volume par intégration

18 Discussion et conclusions

20 Bibliographie

23 Annexe I

27 Annexe II

Tableaux

6 1. Statistiques sommaires relatives aux données de la plantation de pin rouge
16 2. Biais et erreurs moyennes pour estimer les rapports des diamètres de la tige et le volume total des pins rouges dans les ensembles de données de travail et dans ceux de contrôle utilisés pour les modèles 1 à 5.
17 3. Biais et erreur moyenne pour estimer le volume total pour les modèles 3 et 5 par classe de dhp de 10 cm et par classe de hauteur totale de 1 m (ensemble de données de travail).
18 4. Temps machine approximatif pour calculer le volume au-dessus de la hauteur de la souche pour cent arbres par intégration numérique à l'aide des modèles 3 et 4. Chaque arbre a un dhp de 25,0 cm et une hauteur totale au-dessus de la souche de 16,5 m.

Figures

5 1. Formes géométriques conventionnelles des trois sections de la tige d'un arbre.
5 2. Relation théorique entre le paramètre de la forme (k) et la hauteur relative.
7 3. Exemple des valeurs de k obtenues par itération pour l'épinette noire no. 10.
8 4. Relation entre k et la hauteur relative de l'épinette 4 (rapport hauteur de cime vivante - hauteur totale de 24 %) et l'arbre 13 (rapport hauteur de cime vivante - hauteur totale de 89 %) et courbes de défilement ainsi obtenues. Les observations qui sont encerclées ont été éliminées du calcul des régressions.
9 5. Relation entre k et la hauteur relative des 272 pins rouges de l'ensemble de données de travail.
10 6. Relation entre k et la hauteur relative et courbes de défilement correspondantes des modèles 1 (A et B) et 2 (C et D).
11 7. Relation entre le rapport D/H et le rapport hauteur de cime vivante/hauteur totale (exprimé en pourcentage) de l'ensemble de données de travail sur le pin rouge.
12 8. Relation entre k et la hauteur relative et courbes de défilement correspondantes des modèles 3 (A et B) et 4 (C et D).

9. Courbe de défilement du modèle de régression polynomiale segmentée de Max-Burkhart.
10. Le biais (gauche) et l'erreur moyenne (droite) des estimations du diamètre relatif (d/D) pour chaque décile de la hauteur relative et pour l'arbre entier des modèles 1 à 5 (ensemble de données de travail sur le pin rouge; les unités en ordonnée correspondant à 100.d/D).
11. Biais (gauche) et erreur systématique (droite) des estimations du diamètre relatif (d/D) pour chaque décile de la hauteur relative et pour l'arbre entier des modèle 1 à 5 (ensemble de données de contrôle sur le pin rouge; les unités en ordonnée correspondant à 100.d/D).

RÉSUMÉ

Les théories qui ont été élaborées pour tenir compte de la forme de la tige sont brièvement décrites, et l'on passe en revue les fonctions de mesure du défilement qu'on peut trouver dans la documentation publiée. Une nouvelle fonction, valable pour des arbres de plantations de pins rouges (*Pinus resinosa* Ait.), est présentée; cette fonction tient compte d'une variation continuelle de forme le long de la tige. La forme est exprimée par la variable k dans l'équation suivante :

$$(d/D)^k = (H - h)/(H - 1{,}30)$$

où D est le diamètre à hauteur de poitrine (1,30 m), H est la hauteur total de l'arbre et d est le diamètre à une hauteur h le long de la tige. Par des analyses de la tige, on peut obtenir des estimations de k à n'importe quel point en exprimant l'équation comme suit : $k = \ln([(H - h)/(H - 1{,}30)]/\ln(d/D)$. La relation entre k et la hauteur relative ainsi que le rapport D/H est alors calculée au moyen de méthodes de régression normales. Les deux modèles qui semblent les plus prometteurs sont les suivants :

$$k = 2{,}48 - 1{,}540X^6 - 0{,}696(D/H) + 0{,}770X^2.(D/H)$$

et

$$k = 2{,}58 - 0{,}763(D/H) + 0{,}205X.(D/H)^2 - 0{,}244\ (1/h)$$

où $X = (H-h)/(H-1{,}30)$. Ces modèles fournissent des estimations précises et relativement non biaisées des diamètres de la tige, lesquelles se comparent avantageusement avec les estimations obtenues au moyen de la méthode plus complexe faisant appel à la fonction polynômiale segmentée de Max-Burkhart. Les deux modèles de défilement de forme variable donnent des estimations plus exactes et moins biaisées du volume de la tige que celles obtenues avec le modèle de Max-Burkhart.

ABSTRACT

The theories that have been developed to account for stem form are briefly described, and published taper functions reviewed. A new taper function for red pine (*Pinus resinosa* Ait.) plantation trees is developed that allows for continuous variation in form along the stem. Form is expressed by the variable k in the relationship:

$$(d/D)^k = (H - h)/(H - 1.30)$$

where D is the diameter at breast height (1.30 m), H the total height of the tree, and d the diameter at a height h on the stem. From stem analyses, estimates of k can be obtained at any point from $\ln[(H-h)/(H-1.30)]/\ln(d/D)$. The relationship between k and relative height and D/H ratio is then calculated using standard regression methods. The two models that appear to be the most promising are:

$$k = 2.48 - 1.540X^6 - 0.696(D/H) + 0.770X^2.(D/H)$$

and

$$k = 2.58 - 0.763(D/H) + 0.205X.(D/H)^2 - 0.244\ (1/h)$$

where $X = (H-h)/(H-1.30)$. These models give accurate and relatively unbiased estimates of stem diameters that compare favourably with the estimates of the more complex Max-Burkhart segmented polynomial function. The two variable-form models give more accurate and less biased estimates of stem volume than those obtained using the Max-Burkhart model.

MESURE DU DÉFILEMENT DE FORME VARIABLE

INTRODUCTION

La forme et le défilement de la tige sont étudiés par les chercheurs depuis plus de cent ans. Selon un examen des publications récentes, la recherche forestière accorde toujours une grande priorité à ces études, probablement pour deux raisons : la première est qu'aucune théorie n'a pu être élaborée pour expliquer adéquatement comment la forme des tiges varie, tant chez un même arbre, qu'entre plusieurs arbres. Ainsi, personne n'a pu à ce jour élaborer une formule de défilement satisfaisante qui puisse être uniformément acceptable dans une vaste gamme de conditions. La deuxième raison, la plus importante du point de vue pratique, est qu'il est essentiel qu'une formule de défilement puisse prédire avec précision le diamètre à n'importe quel endroit de la tige à l'aide d'une ou deux variables faciles à mesurer afin d'estimer le volume des arbres sur pied et d'établir les tarifs de cubage en fonction de différentes limites de dimensions commercialisables. Ces équations permettront également d'estimer la distribution des grumes par diamètre au fin bout et en longueur, renseignements essentiels à la planification de meilleures installations de transformation. Kilkki et Lappi (1987) soulignent que les formules de défilement remplacent de plus en plus les tarifs de cubage ordinaires à cette fin. La nécessité d'estimer de façon précise les volumes à des fins de planification se fait maintenant beaucoup sentir au Canada qui connaît actuellement des pénuries de matière ligneuse et où un plus fort pourcentage de matériel sur pied est récolté et transformé en produits de plus grande valeur ou utilisé à des fins de production d'énergie. Ainsi, à mesure que le pays pratiquera un aménagement forestier plus intensif et commencera à utiliser le bois des arbres cultivés en plantation, les formules et les tarifs de cubage existants établis selon les données compilées en forêt naturelle non aménagée pourraient bien ne plus être pertinents (voir, par exemple, Amateis et Burkhart, 1988a).

Jusqu'ici, quatre grandes théories ont été élaborées pour tenir compte de la forme des arbres forestiers. Larson (1963) les a décrites et examinées plus en détail. Les auteurs de chacune de ces théories (nutritionnelle, conduction de l'eau, mécaniste et hormonale) ont réussi à démontrer leur applicabilité. On peut donc en conclure que chacune d'elles est applicable dans certaines conditions ou que, plus probablement, chacune comporte des éléments qui sont véridiques. Cependant, toutes les théories concordent sur certains points :

(1) Le défilement le plus important au-dessus du renflement de la patte se retrouve dans la partie de la tige comprise dans la cime vivante. Plus on s'éloigne du sommet de la tige, plus la largeur et la surface des cernes augmentent, indiquant que la tige est probablement de forme conique (ou même néiloïde).

(2) L'accroissement maximal de la surface d'un cerne se retrouve près de la base de la cime et l'accroissement minimal à un endroit donné entre le renflement maximal de la patte et la base de la cime. Pendant les années de sécheresse, le minimum et le maximum d'accroissement se déplacent vers le haut. Le phénomène contraire se produit pendant les années très humides.

(3) Le taux de croissance, sous la cime vivante, est en grande partie régi par la position de l'arbre dans le couvert. La surface des cernes des arbres en croissance libre peut continuer à augmenter tout au long de la tige. La surface des cernes des arbres de l'étage supérieur du couvert peut rester constante de sorte que la largeur des cernes décroîtra vers la bas de la tige. La largeur et la surface des cernes des arbres dominés diminuent du haut au bas de la tige.

(4) Le renflement de la patte est très variable, mais semble avoir une fonction de soutien.

(5) La cime, notamment la longueur de la cime (bien que les différences de longueur puissent être compensées par des différences de largeur et de densité de la cime et, dans une certaine mesure, de persistance des aiguilles) joue un rôle décisif dans la détermination de la forme de la tige.

Larson (1963) n'est pas d'avis que la théorie hormonale la plus récente supplante les théories précédentes, mais estime plutôt qu'elle leur fournit une base physiologique. Kozlowski (1971) soutient que la formation des couches de bois le long de la tige est régie davantage par la physiologie de l'arbre que par des impératifs de résistance – le fait que la tige possède également des propriétés mécaniques pourrait être accidentel. Toutefois, dans certaines conditions, les tiges des arbres réagissent à un stress en formant, par exemple, du bois de compression ou du bois de tension.

Heger (1965) et Smith (1980) ont séparé l'accroissement radial le long de la tige en «bois initial» et en «bois final». Heger est parti du principe que la température était un facteur important régissant l'accroissement radial et que les différences d'accroissement le long de la tige pourraient être attribuables à des gradients de température de l'air. Les différentes formes des couches de bois initial et final reflètent des gradients d'énergie du milieu respectivement au printemps et à l'été. Smith a découvert que l'accroissement maximal du bois initial et du bois final chez le douglas taxifolié (*Pseudotsuga menziesii* [Mirb.] Franco) se produisait près de la base de l'ensemble de la cime.

La plupart des théories décrivent la forme de la tige de façon qualitative. Seule la théorie mécaniste, en grande partie élaborée par Metzger (Busgen et Munch, 1929) et par la suite modifiée par Gray (1956), tente d'élaborer une relation fonctionnelle entre le diamètre et la hauteur de la tige. Metzger, qui était parti du principe que la formation du bois était assujettie à des impératifs de résistance, a décrit la tige comme une poutre présentant une résistance uniforme à la flexion (notamment aux forces qu'exerce le vent) dont l'une des extrémités est fixée au sol. Une telle poutre aurait la forme d'un paraboloïde cubique. Il a pu démontrer que, sous le centre de gravité, le diamètre élevé au cube et porté sur un graphique en fonction de la hauteur formait plus ou moins une ligne droite. Gray (1956) soutenait que la forme paraboloïde cubique représentait le surcroît de matière ligneuse nécessaire pour assurer la résistance de la tige, puisque la tige n'était pas droite à la base. Une forme paraboloïde quadratique, dans laquelle le diamètre au carré serait linéairement corrélé à la hauteur, se montrerait plus efficace. Newnham (1965) a découvert que cette relation était valable pour la partie de la tige comprise entre 15 et 80 % de la hauteur totale et l'a utilisée pour étudier la variation du défilement avec l'âge et le système d'éclaircie des essences résineuses. Il est à noter que les deux formules les plus couramment utilisées pour cuber les bois (formules de Smalian et de Huber) assimilent la forme de la tige à un paraboloïde quadratique.

DÉFINITIONS

La documentation utilise souvent indifféremment les termes «défilement» et «forme» pour la tige des arbres. Le présente rapport leur attribue toutefois les significations suivantes :

Défilement : le taux de décroissement du diamètre depuis le bas vers le haut de la tige.

Forme : La forme géométrique de la tige de l'arbre. Les tiges des arbres ont souvent été considérées comme comportant trois sections : une section supérieure conique, une section paraboloïde située sous la cime vivante et une section néiloïde d'empattement. Dans le présent rapport, la forme de la tige est considérée comme variant constamment de la patte au sommet et exprimée par la variable k. Les définitions suivantes des variables seront utilisées dans tout le reste du rapport :

Y = diamètre relatif d/D
X = hauteur relative, (H - h)/(H - 1,30)
Z = h/H
D = diamètre à hauteur de poitrine - dhp (1,30 m)
H = hauteur totale
h = hauteur au-dessus du sol
d = diamètre à une hauteur h
b_i = constantes

Les diamètres peuvent être mesurés avec ou sans écorce. Les mesures du diamètre avec écorce ont été utilisées lors des analyses des données sur l'épinette noire et le pin rouge qui sont décrites un peu plus loin dans le rapport. Les autres variables seront définies au besoin.

REVUE DES FORMULES EXISTANTES DE DÉFILEMENT

Les physiologistes se sont efforcés de découvrir une théorie satisfaisante pour la forme de la tige, tandis que les spécialistes en dendrométrie ont tenté de mettre au point des fonctions mathématiques qui décrivent le profil de la tige, de sa base au sommet. Les premiers efforts en ce sens ont donné des formules relativement simples comme celle de Hojer (Husch, 1963) :

$$Y = b_0 \ln[(b_1 + X)/b_2].$$

Une formule couramment utilisée en Amérique du Nord était celle de Behre (1983) :

$$Y = X/(b_0 + b_1 X).$$

Ces premières formules s'ajustaient assez bien aux profils de la majeure partie marchande des tiges, sauf dans la région de la patte. Behre «a ajusté» les diamètres de cette section pour obtenir un meilleur ajustement. Cette formule est encore utilisée à l'occasion (voir Wiant et Charlton, 1984, et Ormerod, 1986). Stiell (1960) et Stiell et von Althen (1964) ont utilisé les méthodes graphiques pour établir des courbes de défilement pour des pins rouges cultivés en plantation (*Pinus resinosa* Ait.).

Kozak et collab. (1969) ont utilisé un polynôme quadratique :

$$(d/D)^2 = b_0 + b_1 Z + b_2 Z^2$$

sous la contrainte $b_0 + b_1 + b_2 = 0$.

Dans le cas présent, d a été mesuré sans écorce et D représentait le diamètre de la souche sans écorce (le dhp avec écorce a servi à l'estimer). Des estimations négatives du diamètre de la partie supérieure de la tige ont été obtenues pour certaines espèces sur lesquelles le modèle a été testé. Pour ces essences (épinette de la côte et thuya de la Colombie-Britannique), une fonction soumise à des conditions pourrait être utilisée :

$$(d/D)^2 = b_1 (1 - 2Z + Z^2).$$

Plus récemment, le Service des forêts de l'Alberta (1987) mettait à l'essai la formule sans condition de Kozak et collab. sous une forme différente :

$$(d/D)^2 = b_1 (Z - 1) + b_2 (Z^2 - 1).$$

Alemdag (1983) a utilisé un polynôme contraint du quatrième degré pour formuler des courbes de défilement par classe de forme dessinées à la main pour des essences commerciales de l'est du Canada.

Il est souhaitable que toute formule de défilement permette d'estimer directement la hauteur, peu importe le diamètre de la tige (utile pour déterminer la hauteur marchande par rapport à un diamètre limite donné) et qu'elle puisse être intégrée pour donner une formule de cubage compatible. Si elle ne satisfait pas à l'une de ces deux conditions, il faudra avoir recours à de fastidieuses méthodes itératives. Munro et Demaerschalk (1974) ont examiné les avantages de disposer de formules compatibles de cubage et de défilement. Bien que l'approche habituelle consiste à élaborer d'abord la formule de défilement et ensuite la formule de cubage, Demaerschalk (1973), Amateis et Burkhart (1988b) et Alemdag (1988) ont procédé à l'inverse en dérivant des formules de défilement à partir de formules de cubage existantes.

Avec l'adoption de l'informatique en recherche forestière au début des années soixante, des méthodes plus sophistiquées ont été utilisées pour obtenir des fonctions de défilement. Fries (1965) a utilisé l'analyse des composantes principales pour étudier la forme de bouleaux et de pins en Suède et en Colombie-Britannique. Kozak et Smith ont eu recours à la même méthode pour définir le défilement de plusieurs essences commerciales en Colombie-Britannique et Liu et Keister (1978) ont fait de même avec le pin taeda et le pin d'Elliott (*Pinus taeda* L. et *P. elliottii* Engelm.). Dans chacun des cas, la première valeur propre (composante) expliquait plus de 99 % de la variance. Toutefois, l'un des inconvénients de cette méthode est que tous les diamètres doivent être mesurés à des pourcentages de distance pré-établis le long de la tige.

La méthode du «fût entier» a été élaborée par Demaerschalk et Kozak (1977) qui ont divisé la tige en deux sections de part et d'autre du point d'inflexion (le point de la tige où sa forme change, passant d'un néiloïde (renflement de la patte) à un paraboloïde (partie supérieure de la tige)). Ils ont constaté que le point d'inflexion, qui a été déterminé visuellement après avoir tracé le graphique du diamètre relatif [d/D] par rapport à la hauteur relative [(H - h)/H], variait entre 20 et 25 % au-dessus du niveau du sol chez 32 groupes d'essences de la Colombie-Britannique. Les rapports de diamètre ont été établis d'après le diamètre D_i au point d'inflexion (plutôt qu'à hauteur de poitrine). L'équation pour la partie supérieure de la tige est la suivante :

$$d/D_i = (Z/R_i)^{b_1} b_2^{(1-Z/R_i)}$$

et pour la partie inférieure :

$$d/D_i = b_3 - (b_3 - 1)\,[(1-Z)/R_i]^{b_4}$$

où R_i est la distance relative entre le point d'inflexion et le sommet de l'arbre. Les b_i sont soumis à des conditions afin de s'assurer que les diamètres prévus coïncident avec les diamètres observés au sommet, au point d'inflexion et à hauteur de poitrine et de façon à ce que la transition d'une courbe à une autre soit régulière. Les résultats des essais des auteurs montrent que cette double équation était remarquablement exacte et précise. Cette méthode a certains inconvénients; en effet, pour résoudre l'équation de la partie inférieure, il faut disposer d'un logiciel sophistiqué et l'équation de la partie supérieure ne peut être directement intégrée pour obtenir une formule de cubage. D_i n'est pas mesuré directement, mais doit être estimé à partir de D (à l'aide d'une équation polynomiale du second degré) et ce système de défilement ne peut être utilisé pour de petits arbres, car on suppose que le point d'inflexion est situé au-dessus de la hauteur de poitrine. Layden (1984), à l'instar du ministère des Forêts de la Colombie-Britannique, a appliqué cette méthode dans cette province.

Goulding et Murray (1976) ont utilisé un polynôme du cinquième degré et Bruce et collab. (1968) ont eu recours à une régression à six termes (y compris des valeurs de X élevé à la puissance 40). Liu (1980) a utilisé des fonctions splines cubiques pour dépeindre le défilement de la tige du tulipier d'Amérique (*Liriodendron tulipifera* L.). Cette méthode divise la tige en un certain nombre de sections et un polynôme cubique est ajusté aux données de chaque section. Des contraintes sont imposées aux première et deuxième dérivées pour s'assurer d'une transition régulière à chaque point de jonction. Le nombre et la longueur des sections sont choisis pour obtenir le meilleur ajustement. Sur le plan biologique, il est difficile de justifier des fonctions d'une telle complexité.

Max et Burkhart (1976) ont eu recours à des régressions polynomiales segmentées pour élaborer des équations de défilement pour des pins taedas poussant dans les forêts naturelles et les plantations. Cette méthode pourrait être jugée d'une complexité moyenne se situant à mi-chemin entre le système de fût entier de Demaerschalk et Kozak et la methode spline du Liu. La tige est divisée en trois sections et des équations polynomiales distinctes soumises à des conditions sont calculées pour chaque section. L'emplacement des points de jonction est toutefois sélectionné par le modèle afin d'obtenir le meilleur ajustement au profil de la tige. Max et Burkhart ont découvert que le système d'équations le plus satisfaisant était un modèle quadratique-quadratique-quadratique :

$$(d/D)^2 = b_1 (Z - 1) + b_2 (Z^2 - 1) + b_3 (a_1 - Z)^2 I_1 + b_4 (a_2 - Z)^2 I_2$$

où a_1 et a_2 sont les distances relatives des points supérieurs et inférieurs de jonction par rapport au sommet de l'arbre et où :

$$I_1 = \begin{cases} 1, & 0<Z\leq a_1 \\ 0, & a_1<Z<1 \end{cases}$$

$$I_2 = \begin{cases} 1, & 0<Z\leq a_2 \\ 0, & a_2<Z<1 \end{cases}$$

La plupart des progiciels disposent de méthodes pour calculer cette fonction, bien que cela puisse exiger de longs calculs à l'ordinateur et des dépenses considérables. Un autre avantage est que la méthode peut être directement intégrée pour obtenir une formule de cubage. Dans sa forme actuelle, rien ne garantit que les diamètres prévus et observés à hauteur de poitrine seront les mêmes. On pourrait y remédier en substituant X à Z dans la formule. Le Service des forêts de l'Alberta (1987) a découvert que la fonction de Max-Burkhart était la meilleure des quinze fonctions testées dans cette province. Cao et collab. (1980) ont examiné plusieurs formules de défilement et ont également découvert que ce modèle était le plus approprié pour estimer les diamètres le long de la tige, mais ils ont également mis à jour certaines incompatibilités lorsqu'il était intégré afin d'obtenir une formule de cubage. Une formule de défilement segmenté basée sur celle de Goulding et Murray (1976) s'est avérée la meilleure de toutes pour estimer le défilement et le cubage.

Deux fonctions de régression non linéaire (Ormerod, 1973 et Forslund, 1982) sont particulièrement intéressantes parce qu'elles sont liées à la nouvelle formule de défilement qui sera décrite ci-après. Ces deux auteurs reconnaissent que la forme d'une tige peut être différente de celle d'un cône, d'un paraboloïde ou d'un néiloïde. La fonction de base d'Ormerod était la suivante :

$$d/D = [H - h)/(H - k)]^p$$

où D est le diamètre mesuré à une hauteur k et p>0. Le point d'inflexion k était considéré comme ayant été fixé à 30 % de la hauteur totale et la fonction a été testée à l'aide d'un ensemble de données similaires à celui qu'utilisaient Kozak et collab. (1969). Les valeurs de p variaient de 1,0 à 4,8 pour la partie supérieure de la tige et de 0,57 à 0,89 pour la section inférieure.

Le modèle de Forslund était similaire :

$$d/D = [1 - (h/H)^{b_1}]^{1/b_2}$$

Il ne tenait compte que du cas où $b_1 = 1$ ce qui donnait $b_2 = 1,5$; une forme intermédiaire entre celle d'un cône et d'un paraboloïde qu'il a appelé un «paracône».

Dans un modèle ultérieur, Ormerod (1986) supposait qu'il y avait deux points de jonction (à 0,2 ou 0,25 et à 0,65 de la hauteur totale). Une méthode compliquée, fondée sur la formule de Behre, a été élaborée pour décrire la profil de la tige dans chaque section.

Un certain nombre d'autres formules de défilement complexes ont été élaborées, certaines ayant été étudiées par Byrne et Reed (1986).

Plus récemment, Sweda (1984) a proposé de dériver des formules de défilement à partir de formules théoriques de l'accroissement en hauteur et en diamètre. L'élaboration de telles formules intégrées est attrayante, bien qu'il semble y avoir certaines difficultés d'ordre pratique à contourner.

Grosenbaugh (1966) a observé que les tiges des arbres prenaient un nombre infini de formes et qu'il est difficile d'élaborer une équation unique, simple et précise pour décrire le défilement de la tige. Chaque tige présente un certain nombre de points d'inflexion et «... les traditionnels cône, paraboloïde et néiloïde ne constituent que des représentations pratiques dans un continuum de formes monotones courtes». Bien que plusieurs auteurs aient admis que d'autres formes géométriques puissent être utilisées, aucun d'eux n'a reconnu que la forme d'une tige ne change pas brusquement d'une forme géométrique à l'autre. Les objectifs de la présente étude étaient : a) de démontrer que la forme de la tige change continuellement avec la hauteur et b) d'élaborer une formule qui décrive de façon satisfaisante ces modifications.

MÉTHODE

Comme nous l'avons souligné dans la section précédente, la forme de la tige d'un arbre a souvent été assimilée à trois composantes : une section conique dans la partie vivante du houppier, une section paraboloïde pour la partie principale de la tige et une section néiloïde pour la patte (figure 1). La formule générale décrivant le profil de chacune de ces sections est la suivante :

[1] $$d^k = b_0 + b_1 (H-h)$$

ou, en terms proportionnels :

[2] $$Y^k = b_0 + b_1 X$$

où X et Y représentent les notions définies précédemment. La valeur de k serait de 1 dans le cas d'un cône, de 2 pour un paraboloïde quadratique, de 3 pour un paraboloïde cubique et de 2/3 pour un néiloïde. La figure 2 illustre la relation entre k et la hauteur. Toutefois, l'hypothèse de la présente étude est que l'exposant k ne change pas brusquement (les «gradations» de la figure 2) aux points de jonction des différentes formes géométriques mais qu'il change plutôt graduellement, comme l'illustre la courbe. Par conséquent, k aurait une valeur de 1 près du sommet de la tige, augmentant graduellement jusqu'à une valeur située entre 1 et 2 près de la base de la cime. En se déplaçant vers le bas de la tige, k continuerait d'augmenter (probablement jusqu'à une valeur de 3 ou plus) jusqu'à ce que l'influence du renflement de la patte entre en jeu. Il y aurait ensuite une diminution rapide jusqu'à ce que k atteigne une valeur finale de 2/3 ou moins. Le paramètre k n'est plus une constante (du moins à l'intérieur des sections prédéterminées de la tige), mais une variable qui est corrélée à la hauteur (ou à la distance (H-h) par rapport au sommet de la tige).

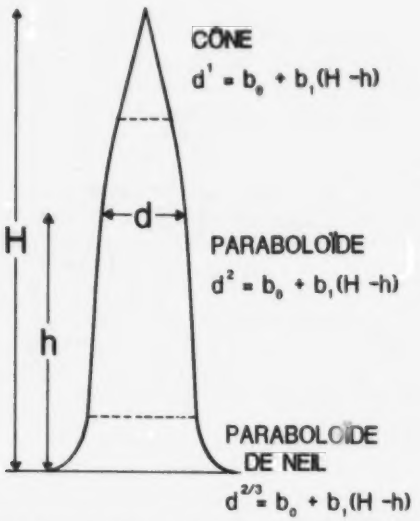


Figure 1. Formes géométriques conventionnelles des trois sections de la tige d'un arbre.

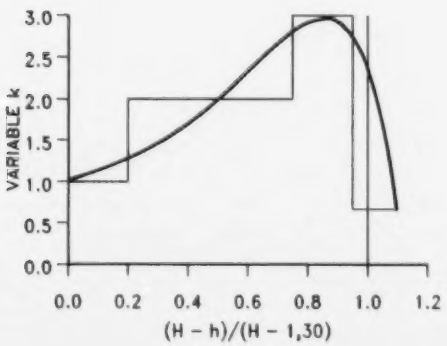


Figure 2. Relation théorique entre le paramètre de forme (k) et la hauteur relative.

Pour élaborer une relation entre k et (H-h), il est nécessaire d'estimer la valeur de k à partir de mesures du diamètre prises à différentes hauteurs le long de la tige. La valeur de k à n'importe quel endroit i (sauf dans le cas de la première et de la dernière mesure prise) peut être estimée à partir des points situés immédiatement au-dessous et en-dessus à l'aide de la formule suivante :

$$[3] \quad Y^k_i = Y^k_{i-1} + (Y^k_{i+1} - Y^k_{i-1}).(X_i - X_{i-1})/X_{i+1} - X_{i-1}$$

Les calculs doivent être réalisés par itération et peuvent donc être fastidieux et coûteux s'ils portent sur un grand nombre d'arbres.

La deuxième méthode d'estimation des valeurs de k est beaucoup plus simple. Si k est considéré comme une variable continue, il faut imposer certaines contraintes à la formule de base de l'équation [2] de sorte que Y = 0 lorsque X = 0 (sommet de l'arbre) et Y = 1 lorsque X = 1 (hauteur de poitrine). On ne peut y arriver que lorsque $b_0 = 0$ et $b_1 = 1$ de sorte que l'équation [2] devient :

$$[4] \quad Y^k = X$$

Si l'on prend la racine de degré k des deux membres de l'équation, la formule [4] peut être considérée comme similaire aux formules de base utilisées par Ormerod (1973) et Forslund (1982) :

$$[4A] \quad Y = X^{1/k}$$

En prenant les logarithmes des deux membres de l'équation [4] et en les transposant, on obtient :

$$[5] \quad k = \ln() / \ln(Y)$$
$$= \ln[(H-h)/(H-1,30)] / \ln(d/D).$$

On peut donc obtenir des estimations de k à n'importe quel point de la tige où la hauteur et le diamètre sont connus -- sauf à hauteur de poitrine où d = D (parce que ln(1) = 0). Il faut également s'attendre à faire face à des problèmes éventuels lorsque les mesures sont prises très près de la hauteur de poitrine où, puisque d → D et par conséquent ln(d/D) → 0, même de très petites erreurs de mesure ou irrégularités de la tige pourraient se traduire par un k dont les valeurs seraient élevées et irréalistes. Dans les faits, cela ne devrait pas poser un problème majeur puisque les mesures sont rarement prises à moins de 50 cm de la hauteur de poitrine de sorte que seules les mesures à hauteur de poitrine devraient être rejetées.

Un certain nombre de modèles de régression linéaire et non linéaire ont été testés pour établir la relation entre k et X. Ils seront décrits en détail dans la section portant sur les résultats.

DONNÉES

Nous avons utilisé deux ensembles de données pour tester les différentes formules de défilement.

Épinette noire

Cet ensemble provenait de 15 épinettes noires (*Picea mariana* [Mill.] B.S.P.) qui avaient été abattues dans la forêt expérimentale de Petawawa, à Chalk River, en Ontario. Le diamètre à hauteur de poitrine et la hauteur totale de chaque arbre ont été mesurés et notés ainsi que le diamètre (avec écorce) à différentes hauteurs de souche, soit 0,25 pieds (= 0,075 m); 0,050; 0,75; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 et 3,5 pieds. Le diamètre a été mesuré au-delà de la hauteur de poitrine (4,5 pieds ou 1,37 m), à des intervalles de 2 pieds (0,60 m) jusqu'à la base de la partie vivante de la cime. Ensuite, les mesures ont été prises à mi-chemin entre chaque entrenœud. Les arbres ont ainsi été échantillonnés intensivement, le nombre de points de mesure par arbre pouvant atteindre jusqu'à 36. Les mesures originales ont été transformées en unités SI et le diamètre à

hauteur de poitrine (dhp) mesuré à 4,5 pieds transformé en dhp à 1,30 m à l'aide de la formule donnée par Alemdag et Honer (1977). Le dhp variait de 11,3 à 28,04 cm, avec une moyenne de 16,3 cm, et la hauteur totale oscillait entre 11,4 et 19,2 m, pour une moyenne de 14,6 m. Nous ne disposions d'aucun renseignement sur le peuplement où les arbres ont grandi.

Pin rouge

Le deuxième ensemble de données provenait de parcelles d'échantillonnage permanentes établies dans des essais d'espacement du pin rouge datant de 1953 près de Chalk River. Les espacements variaient de 4 x 4 pieds (1,2 x 1,2 m) à 14 x 14 pieds (4,3 x 4,3 m), deux parcelles de chacun de ces espacements s'y retrouvant (sauf dans le cas de l'espacement de 10 pieds qui comptait trois parcelles). Ces parcelles ont été mesurées en 1962 et à tous les cinq ans par la suite, le dernier mesurage remontant à 1987. Outre les mesures habituelles du dhp, de la hauteur totale, et de la longueur et de la hauteur de la cime, les diamètres avec écorce ont également été notés à la hauteur de la souche (0,5 pieds) et, en grimpant aux arbres, à tous les cinq pieds (1,52 m) au-dessus de la hauteur de poitrine jusqu'au sommet de l'arbre (il semble qu'il manque certaines mesures près de la partie supérieure de l'arbre dans la série de mesures la plus récente). Le diamètre à mi-chemin de la tige a également été noté. Tout comme dans le cas des données sur l'épinette noire, les unités de mesure ont été transformées en unités SI.

Les données de toutes les parcelles d'espacement et de toutes les années ont été regroupées et les arbres comportant moins de sept mesures du diamètre (à l'exclusion de la mesure du point médian) au-delà de la hauteur de poitrine ont été éliminés. Il est resté au total 548 arbres (y compris les arbres qui ont été mesurés à plus d'une reprise), provenant en grande partie des trois parcelles mesurées le plus récemment. L'ensemble de données a ensuite été divisé en deux sous-ensembles. Le premier, devant servir aux analyses, a été constitué en sélectionnant au hasard une parcelle-échantillon de chacun des espacements. L'autre sous-ensemble servait de contrôle. Le tableau 1 présente des statistiques pour les deux sous-ensembles.

Le plage des espacements initiaux des pins rouges permettait de s'assurer que les arbres présentaient une vaste gamme de formes. Dans les parcelles les plus espacées (14 x 14 pieds), l'écran formé par le feuillage des arbres était encore assez ouvert en 1987 et les arbres subissaient donc un minimum de compétition végétale.

RÉSULTATS

Valeurs du paramètre k

Comme nous l'avons décrit précédemment, deux méthodes pour obtenir les valeurs de k à partir des mesures de la tige ont été mises à l'essai. La première exigeait trois mesures adjacentes du diamètres qui devaient être assez rapprochées. Les données sur les épinettes noires qui ont fiat l'objet d'un échantillonnage intensif nous semblaient idéales à cette fin. Malheureusement, en plus d'être fastidieux à compiler, les résultats ont été decevants. Des fluctuations extrêmes des valeurs de k ont été notées, et une variation considérable existait toujours même après avoir éliminé les valeurs les plus

Tableau 1. Statistiques sommaires relatives aux données de la plantations de pin rouge

Variable	N	Moyenne	Écart-type	Plage	
				Minimum	Maximum
Données de travail					
dhp	272	24,51	6,77	11,15	42,14
Hauteur totale	272	16,43	1,58	13,17	19,51
Rapport hauteur de la cime vivante-hauteur totale	272	45,87	11,29	20,21	76,61
Rapport dhp/hauteur totale	272	1,50	0,42	0,72	2,47
Paramètre k	2554	1,53	0,56	0,17	3,78
Données de contrôle					
dhp	276	22,44	5,79	9,23	36,23
Hauteur totale	276	16,89	1,84	13,29	20,73
Rapport hauteur de la cime vivante-hauteur totale	276	41,95	7,93	27,35	73,16
Rapport dhp/hauteur totale	276	1,34	0,37	0,62	2,18
Paramètre k	2613	1,57	0,64	0,12	7,30

extrêmes et lissé les autres (voir, par exemple, l'arbre 4 de la figure 3). Cette méthode a donc été abandonnée.

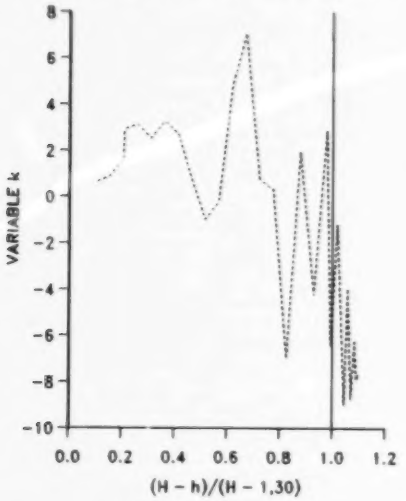


Figure 3. Exemple des valeurs de k obtenues par itération pour l'épinette noire no. 10.

Les figures 4A et 4B montrent les valeurs de k obtenues pour les épinettes noires 4 et 13 à l'aide de l'équation [5]. On peut voir, outre une ou deux «valeurs aberrantes», que les variations des valeurs de k ont été énormément réduites. Dans le cas de l'arbre 4, dont le rapport hauteur de cime vivante - hauteur total était de 24 % et le situait donc probablement dans la classe des intermédiaires ou des dominés, k était d'environ 1,5 près du sommet de la tige et augmentait ensuite jusqu'à un maximum d'environ 2,5 au-dessus de la hauteur de poitrine. Il diminuait ensuite rapidement jusqu'à environ 0,5 à la souche. En revanche, l'arbre 13 était probablement en croissance libre relative puisque son rapport hauteur de cime vivante - hauteur totale était de 89 %. La valeur de k restait plutôt constante à environ 1,3 du sommet jusqu'au-dessus de la hauteur de poitrine, pour ensuite diminuer jusqu'à un peu plus de 0,5 à la souche. Les régressions polynomiales à trois termes ont été calculées pour la relation entre k et la hauteur de chacun des arbres, comme l'indique la figure 4. Les courbes de défilement des deux arbres (figures 4C et 4D) ont été dessinées en substituant des valeurs à k dans l'équation suivante :

$$[6] \qquad d = D\,[(H - h)/(H - 1{,}30)]^{1/k}$$

Ces résultats et ceux qui ont été obtenus pour les autres épinettes noires semblent se conformer à l'hypothèse présentée précédemment. Toutefois, même dans le cas des arbres en croissance plutôt libre, la partie supérieure de la tige ne semble apparemment pas devenir conique mais prendre une forme intermédiaire entre un cône et un paraboloïde quadratique (le «paracône» de Forslund (1982)). On peut également voir que les courbes de défilement obtenues à partir de [6] donnent de très bons ajustements à la tige dans son entier.

L'ensemble de données sur l'épinette noire, bien qu'idéal pour des essais, n'était pas assez étendu pour permettre une évaluation plus globale des formules de défilement qui devaient être étudiées. Les données provenant de la plantation de pins rouges ont donc été utilisées à cette fin. Les valeurs de k ont à nouveau été obtenues à l'aide de [5]. Compte tenu de l'ampleur de l'ensemble de données, il n'a pas été possible de déterminer visuellement les valeurs aberrantes. Nous avons plutôt éliminé les neuf mesures qui donnaient un k>4, comme l'étaient les 272 mesures à hauteur de poitrine (pour les raisons données précédemment). Dans l'ensemble de données de contrôle, seulement 276 mesures à hauteur de poitrine ont été éliminées, les 12 mesures donnant un k>4 étant conservées. Le tableau 1 donne des statistiques sur le paramètre k.

La figure 5 présente un diagramme des valeurs de k par rapport à la hauteur relative pour l'ensemble de données de travail. Bien que les points soient considérablement éparpillés, les tendances générales semblent être similaires à celles obtenues pour les deux épinettes à la figure 4. Les arbres aux petits houppiers ont tendance à avoir un k plus élevé pour la partie de la tige située au-delà de la hauteur de poitrine que les arbres en croissance libre. La figure 5 illustre également dans cet ensemble la présence de données d'un vide assez important autour d'une valeur de 1,0 pour (H - h)/(H - 1,30) puisqu'il a été nécessaire d'éliminer les données à hauteur de poitrine. Dans le cadre de la présente étude et, probablement, d'autres études sur le défilement, il faudrait prendre d'autres mesures du diamètre de la tige à 0,8 m et également, si possible, à 1,8 m, afin de pouvoir modéliser de façon plus précise le renflement de la patte de la tige.

Régression de k par rapport à la hauteur relative

Vingt-quatre modèles de régression ont été mis à l'essai afin de décrire la relation entre le paramètre k et la hauteur relative. Des analyses de régression linéaire ont été exécutées à l'aide de la méthode SAS STEPWISE (SAS Institute Inc., 1985). On a utilisé l'option MAXR qui permet, à chaque pas, de vérifier plusieurs modèles pour tenter de trouver le modèle de régression ayant le coefficient de détermination le plus élevé (R^2). Pour ne pas rendre les fonctions trop compliquées, nous avons décidé de n'inclure qu'un maximum de trois variables indépendantes. L'ajout d'une quatrième variable n'entraînait généralement pas d'amélioration importante et, bien que la contribution de la troisième variable ait été quelquefois non significative, elle était nécessaire pour obtenir un meilleur ajustement dans la partie du renflement de la patte. Des analyses de régression non linéaire ont été effectuées à l'aide de la méthode de calcul sécante (DUD) d'après le procédé SAS NLIN (*ibid.*).

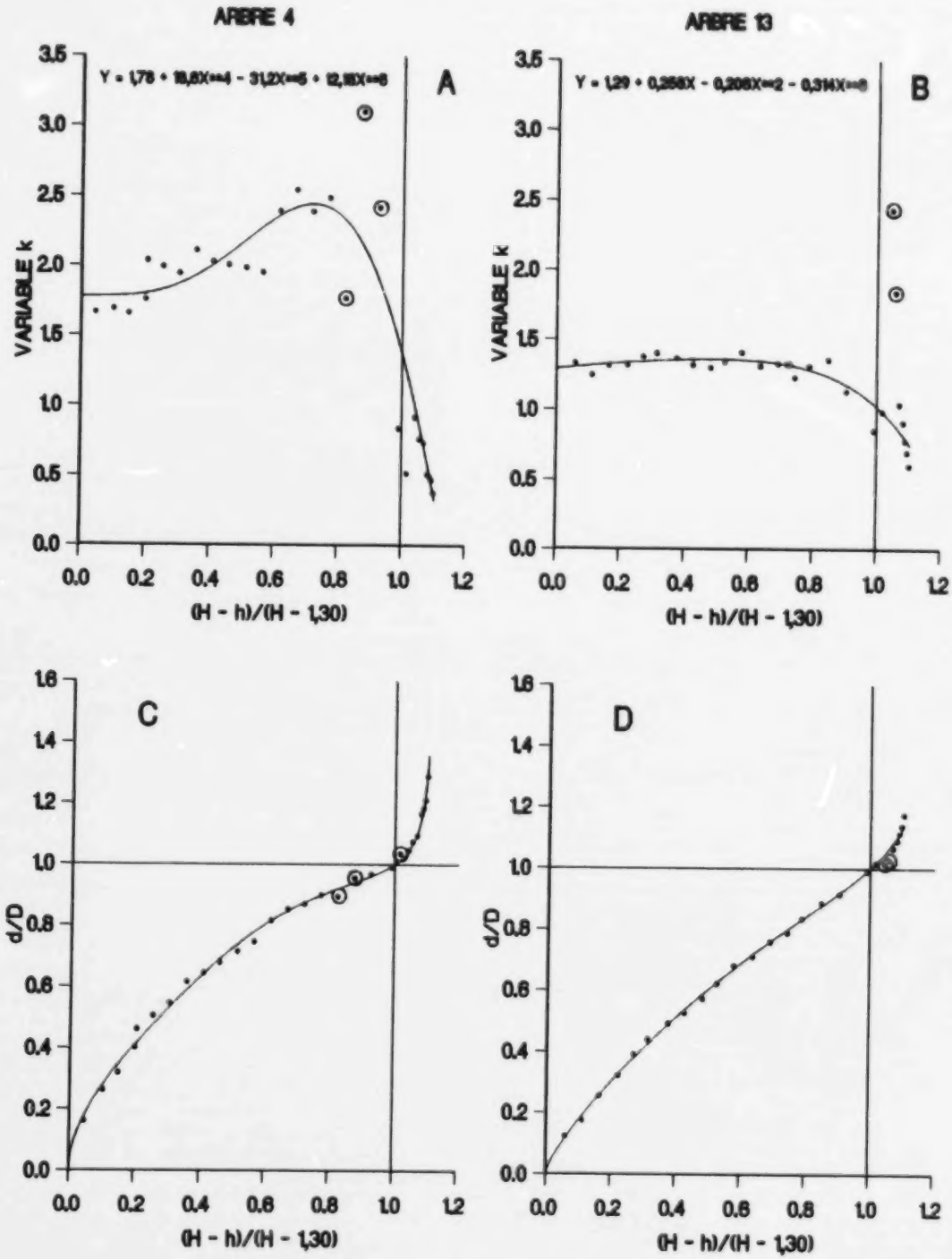


Figure 4. Relation entre k et la hauteur relative de l'épinette 4 (rapport hauteur de cime vivante - hauteur totale de 24 %) et l'arbre 13 (rapport hauteur de cime vivante - hauteur totale de 89 %) et courbes de défilement ainsi obtenues. Les observations qui sont encerclées ont été éliminées des calculs de régression.

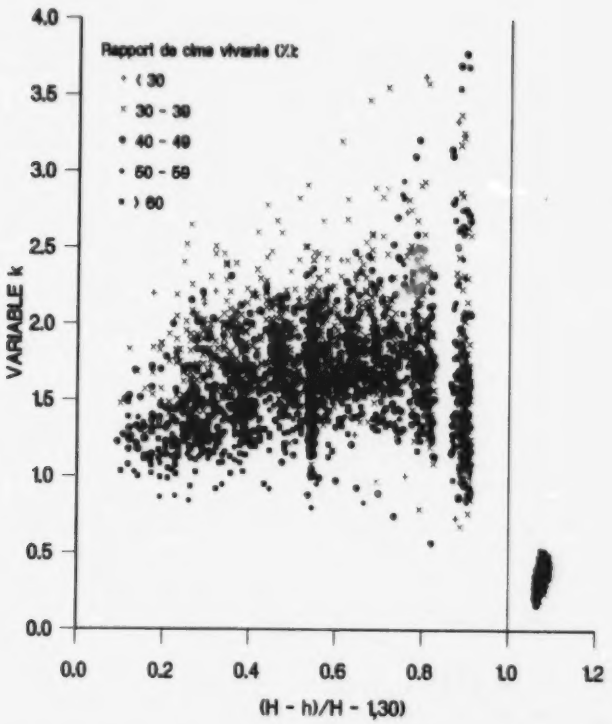


Figure 5. Relation entre k et la hauteur relative des 272 pins rouges de l'ensemble de données de travail.

Le présente document ne décrit que quatre des 24 modèles de régression, les autres (modèles 6 à 24) sont énumérés à l'annexe 1. Ces quatre modèles sont quatre exemples des différentes formes qui ont été vérifiées et, en général, ils ont donné les meilleurs ajustements aux données de base (ensemble de données de travail des 272 pins rouges). À des fins de comparaison, nous avons également calculé la régression polynomiale segmentée de Max-Burkhart.

Modèle 1. La relation entre k et la hauteur relative (X) a été traitée comme une régression polynomiale où des valeurs de X jusqu'à la sixième puissance pouvaient être inclues. La régression finale à trois termes était la suivante :

$$[7] \quad k = 1{,}28 + 0{,}772X + 2{,}234X^5 - 3{,}198X^6 \qquad R^2 = 0{,}5654$$

L'inclusion de la troisième variable n'a entraîné qu'une augmentation de 0,1 % de la valeur de R^2. Un polynôme à trois termes, où la variable indépendante était W = exp(X) - 1, donnait un R^2 légèrement plus élevé (0,5677 – voir le modèle 8 dans l'annexe 1). La figure 6A illustre le modèle 1 ainsi que la courbe de défilement obtenue (figure 6B) en substituant l'équation [7] à k dans l'équation [6].

Modèle 2. Pour ce modèle, des régressions linéaires simples distinctes ont été calculées pour les parties supérieure et inférieure de la tige. Le point de jonction a été déterminé par itération, la sélection finale étant le point qui réduisait au minimum la somme des carrés des écarts des droites de régression combinées. Le modèle final était le suivant :

$$[8] \quad k = \begin{cases} 1{,}83 + 0{,}526(X - 0{,}836) \text{ lorsque X est} \leq 0{,}836 \\ 1{,}23 - 6{,}133(X - 0{,}836) \text{ lorsque X est} > 0{,}836 \end{cases}$$

La somme des carrés des écarts $\Sigma(k - k)^2$ était de 349,30. Un ajustement tout aussi bon a été obtenu lorsque X^2 était utilisé comme variable indépendante, mais l'ajustement était moins bon avec W (modèles 13 et 16 dans l'annexe 1). Bien que le changement soudain de la relation entre k et la hauteur relative au point de jonction (figure 6C) ne soit nulle part aussi remarquable que dans la courbe de défilement correspondante (figure 6D), il n'est toujours pas souhaitable (bien qu'ayant probablement une importance pratique mineure).

Modèle 3. Il est généralement accepté que la forme de la tige varie en fonction du degré de compétition végétale qu'exercent les arbres environnants sur un arbre donné. Les arbres en croissance libre ont une forme conique et un défilement rapide, tandis que les tiges des

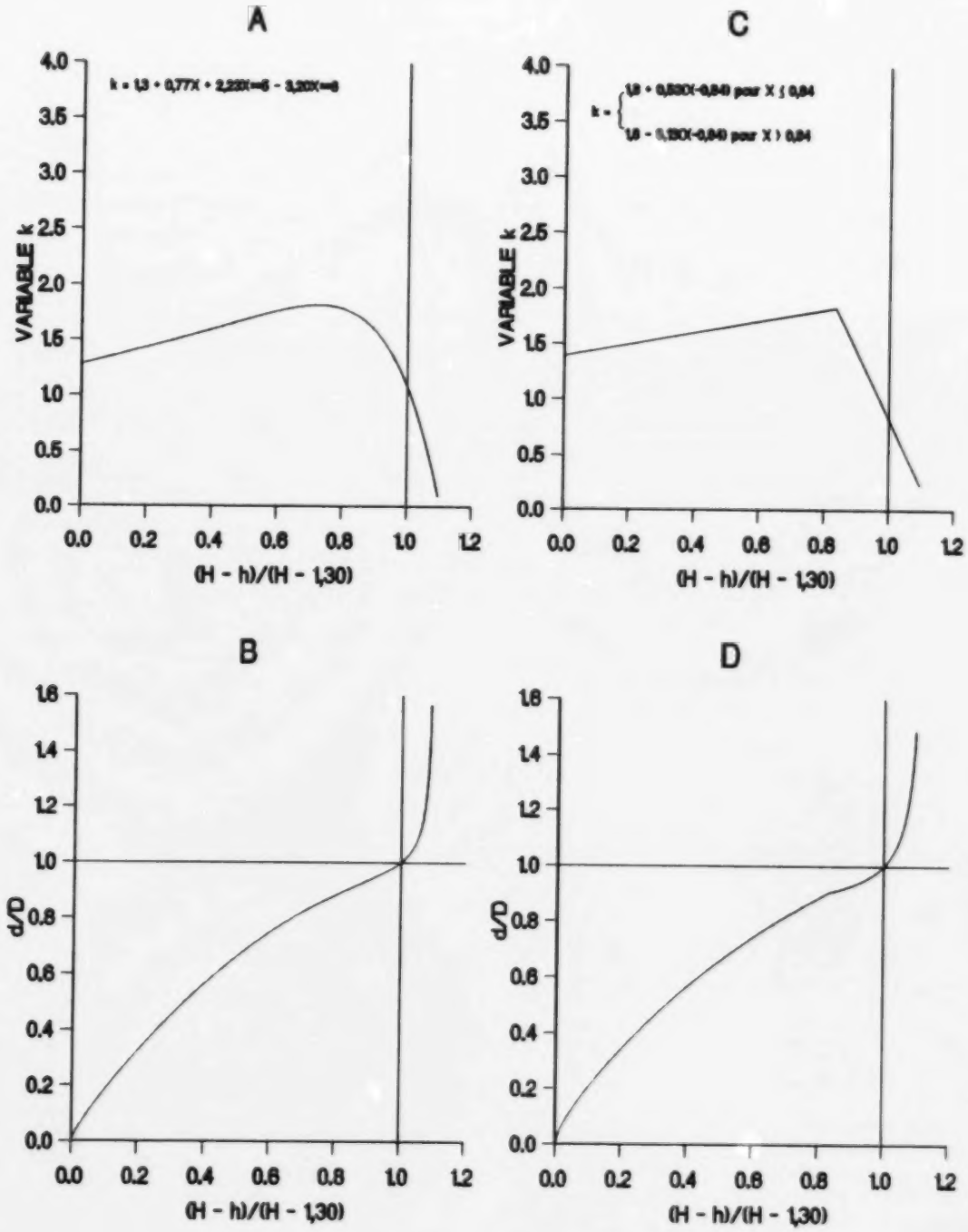


Figure 6. Relation entre k et la hauteur relative et courbes de défilement correspondantes des modèles 1 (A et B) et 2 (C et D).

arbres croissant dans des peuplements forestiers ont tendance à être coniques à l'intérieur même du houppier et paraboloïdes sur la majeure partie de la tige en-dessous du houppier (voir, par exemple, la figure 4). La longueur de la partie conique sera largement régie par la longueur du houppier ou le rapport hauteur de cime vivante et hauteur totale (C), de sorte qu'il semblerait logique d'inclure C dans tout modèle de régression de k. Les estimation de C ne sont généralement pas disponibles, bien qu'elles l'aient été dans le cas présent. Toutefois, le dhp et la hauteur totale (mesurés directement ou estimés à partir du dhp) sont généralement connus et le rapport D/H est un bon indicateur du rapport entre la hauteur de cime vivante et la hauteur totale (pour une hauteur donnée, les arbres en croissance libre à houppier de grande taille auront un rapport D/H plus élevé que les arbres poussant dans la forêt et ayant des houppiers relativement petits). La relation entre le rapport D/H et le rapport hauteur de cime vivante et hauteur totale des 272 pins rouges de l'ensemble de données de travail apparaissent à la figure 7.

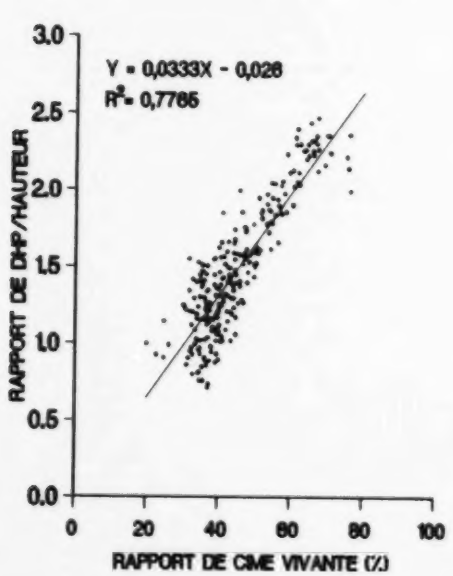


Figure 7. Relation entre le rapport D/H et le rapport hauteur de cime vivante/hauteur totale (exprimé en pourcentage) de l'ensemble de données de travail sur le pin rouge.

Dans le cas du modèle 3, les variables D/H et $(D/H)^2$ ont été ajoutées aux six premières puissances de X qui avaient été vérifiées au modèle 1. Les variables combinées suivantes ont également été incluses : $X.D/H$, $X^2.D/H$, $X^3.D/H$, $X.(D/H)^2$ et $X^2.(D/H)^2$. La meilleure régression à trois variables était la suivante :

[9] $k = 2,48 - 1,540X^6 - 0,696(D/H) + 0,770X^2.(D/H)$
$R^2 = 0,6688$

Ainsi, l'inclusion du rapport D/H à la régression a entraîné une augmentation importante de la valeur de R^2 (R^2 n'était que de 0,5654 dans le cas du modèle 1). Pour les données sur le pin rouge, des résultats similaires ont été obtenus lorsque le rapport hauteur de cime vivante/hauteur totale était utilisé au lieu de D/H, bien que la valeur de R^2 (0,6530) ait été légèrement inférieure (voir le modèle 15 de l'annexe 1). Le modèle 3 est illustré à la figure 8A avec les courbes de défilement correspondantes pour des rapports D/H de 1,1; 1,5 et 1,9 (figure 8B).

Le modèle 3 a été remanié pour obtenir une régression non linéaire de la forme suivante :

[10] $k = b_0 + b_1 X^{b2} + b_3 (D/H) + b_4 X^2.(D/H)$

Les coefficients b avaient des valeurs différentes (mais non pas de signe contraire) des coefficients correspondants de [9] (voir le modèle 24 à l'annexe 1). La valeur de b_2 était de 6,707, révélant qu'une puissance supérieure de X aurait probablement pu être inclue au modèle 3.

Modèle 4. La variable X^6 est inclue au modèle 3 surtout pour tenir compte de la partie néiloïde du renflement de la patte de la tige. Il y a un certain danger à inclure des exposants si élevés, notamment si le modèle sert à extrapoler des données à l'extérieur de la plage des données originales, puisque les données estimatives peuvent différer de façon importante de celles prévues. Il pourrait s'ensuivre, dans un cas extrême, des résultats négatifs pour les diamètres près de la souche.

Dans le modèle 4, X^6 a été remplacé par 1/h, une variable qui aura des valeurs relativement élevées dans la région de la souche, mais diminuant rapidement avec l'accroissement de la hauteur. Puisque les valeurs de k sont plus petites dans la patte de la tige, le coefficient de 1/h devrait être négatif. La régression à trois variables est la suivante :

[11] $k = 2,58 - 0,763(D/H) + 0,205X.(D/H)^2$
$- 0,244(1/h)$ $R^2 = 0,6579$

Cette forme est similaire à celle du modèle 3 mais ne contient maintenant aucun terme dont l'exposant est supérieur à 2. Elle devrait donc causer vraisemblablement moins de problèmes que celle du modèle 3.

La figure 8 illustre le modèle 4 calculé avec un arbre de hauteur moyenne (16,43 m) et d'un rapport D/H de 1,1; 1,5 et 1,9. Le modèle 4 a également été remanié pour obtenir une régression non linéaire de la forme suivante :

[12] $k = b_0 + b_1 (D/H) + b_2 X.(D/H)^2 + b_3 (1/h)^{b4}$

Encore une fois, les coefficients ont des valeurs différentes, mais ils sont de même signe que dans l'équation [11] (voir le modèle 25 dans l'annexe 1). Toutefois, la valeur de b_4 était de 0,429, indiquant que la racine carrée

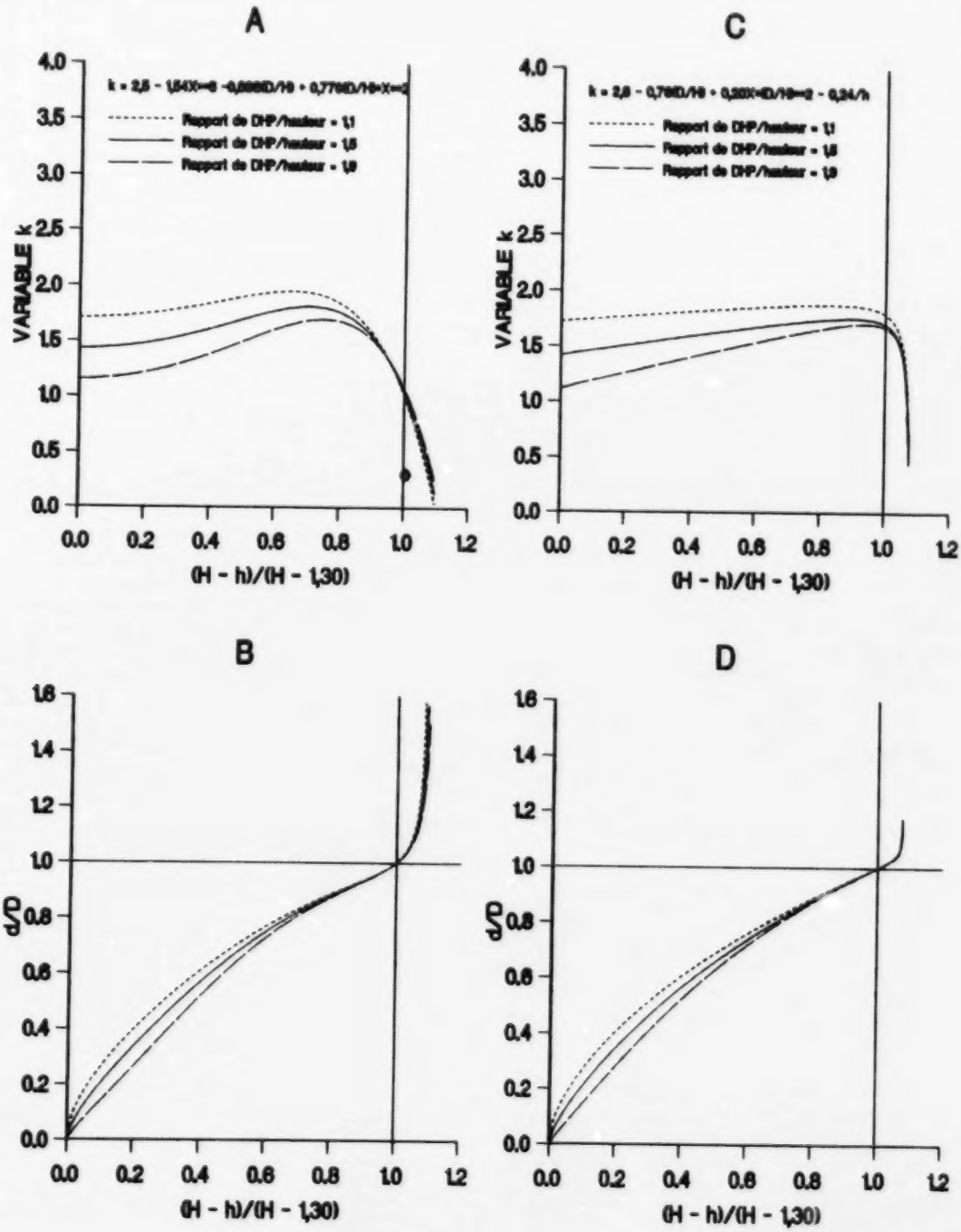


Figure 8. Relation entre k et la hauteur relative et courbes de défilement correspondantes de modèles 3 (A et B) et 4 (C et D).

de 1/h pourrait être une meilleure variable à inclure dans l'équation [11] que 1/h seul.

Modèle 5. Le modèle de régression polynomiale segmentée de Max-Burkhart, bien que n'ayant pas été mis largement en application jusqu'ici, semble être l'un des meilleurs modèles de défilement existants. Le Service des forêts de l'Alberta (1987) a recommandé son utilisation en Alberta. D'autres modèles, généralement d'une structure plus complexe, peuvent donner de meilleurs résultats dans certaines conditions, mais le modèle de Max-Burkhart a été choisi malgré tout à des fins de comparaison avec les nouveaux modèles présentés dans ce rapport.

Pour les 272 pins rouges, la régression segmentée de Max-Burkhart était la suivante :

$$[13] \quad (d/D)^2 = -5{,}030(Z - 1) + 2{,}477\,(Z^2 - 1) - 2{,}577(0{,}7598 - Z)^2 I_1 + 154{,}8(0{,}0665 - Z)^2 I_2$$

où :

$I_1 = 1$, si $0 < Z \leq 0{,}7598$
0, dans les autres cas
$I_2 = 1$, si $0 < Z \leq 0{,}0665$
0, dans les autres cas

La figure 9 illustre la courbe de défilement de ce modèle.

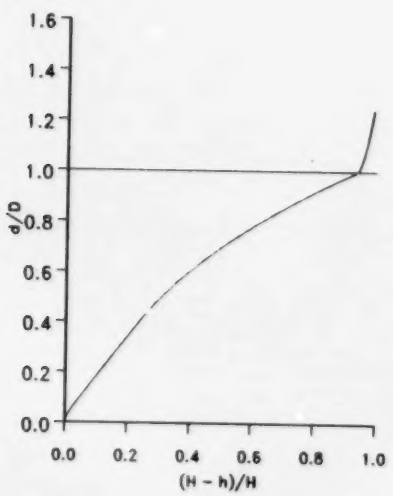


Figure 9. Courbe de défilement du modèle de régression polynomiale segmentée de Max-Burkhart.

Comparaison du degré d'exactitude des cinq modèles

Défilement. Les estimations du diamètre relatif de la partie supérieure de la tige (d/D) ont été calculées tour à tour pour chacun des cinq modèles. Nous avons calculé le biais moyen et l'erreur moyenne pour chaque décile de (H - h)/(H - 1,30) au-dessus de la hauteur de poitrine et pour les observations inférieures à la hauteur de poitrine. Le biais était la somme des écarts (prévus - observés) divisée par le nombre d'observations effectuées dans la classe. L'erreur moyenne était la somme des valeurs absolues des écarts divisée par le nombre d'observations.

Les figures 10 et 11 montrent respectivement le biais et l'erreur moyenne de chacun des modèles pour les ensembles de données de travail et pour ceux de contrôle. Le biais et l'erreur moyenne générale de chaque modèle apparaissent au tableau 2 et à l'annexe 2 pour les 25 modèles.

Dans le cas de l'ensemble de données de travail, les cinq modèles tendaient tous à surestimer le diamètre de la tige, notamment dans sa partie supérieure, la médiane décile et, dans le cas des modèles 1 et 3, la section inférieure à la hauteur de poitrine. Le premier décile ne compte qu'une seule observation; on aurait probablement obtenu un meilleur ajustement si on avait disposé d'un plus grand nombre d'observations pour calculer les régressions. Le biais du deuxième et troisième déciles de la partie supérieure de l'arbre pourrait entraîner des erreurs d'estimation de la hauteur marchande (et par conséquent du volume marchand) de sorte que les modèles 1 et 2 ne peuvent pas être utilisés à cette fin. Le modèle 2, malgré une discontinuité de la courbe de défilement (figure 6D), donne des estimations remarquablement non biaisées sur la majeure partie de la tige. Le modèle 5, suivi de près du modèle 4, semble donner les meilleures estimations non biaisées du diamètre de la tige.

L'erreur moyenne a tendance à diminuer au fur et à mesure que l'on descend le long de la tige jusqu'à ce que l'on atteigne la section inférieure à la hauteur de poitrine où on constate, dans tous les cas, une augmentation qui n'est toutefois pas aussi remarquable que dans le cas du modèle 5. Le modèle 4, avait l'erreur moyenne globale la plus faible.

Les configurations des biais et des erreurs moyennes sont très similaires pour les ensembles de données de travail (figure 11), sauf que les estimations ont tendance à être un peu plus faibles. Certaines sections de la tige ont des biais visiblement négatifs et, dans le cas des modèles 2 et 5, un biais négatif global. Les erreurs moyennes sont similaires à celles de l'ensemble de données de travail. Une fois de plus, les modèles 4 et 5 semblent être les meilleurs.

Volume total. Nous avons calculé le volume avec écorce de chaque section de 5 pieds (1,52 m) et de la section comprise entre la hauteur de la souche et de poitrine à l'aide de la formule de Smalian pour chaque arbre. Le volume de la souche a été assimilé à celui d'un

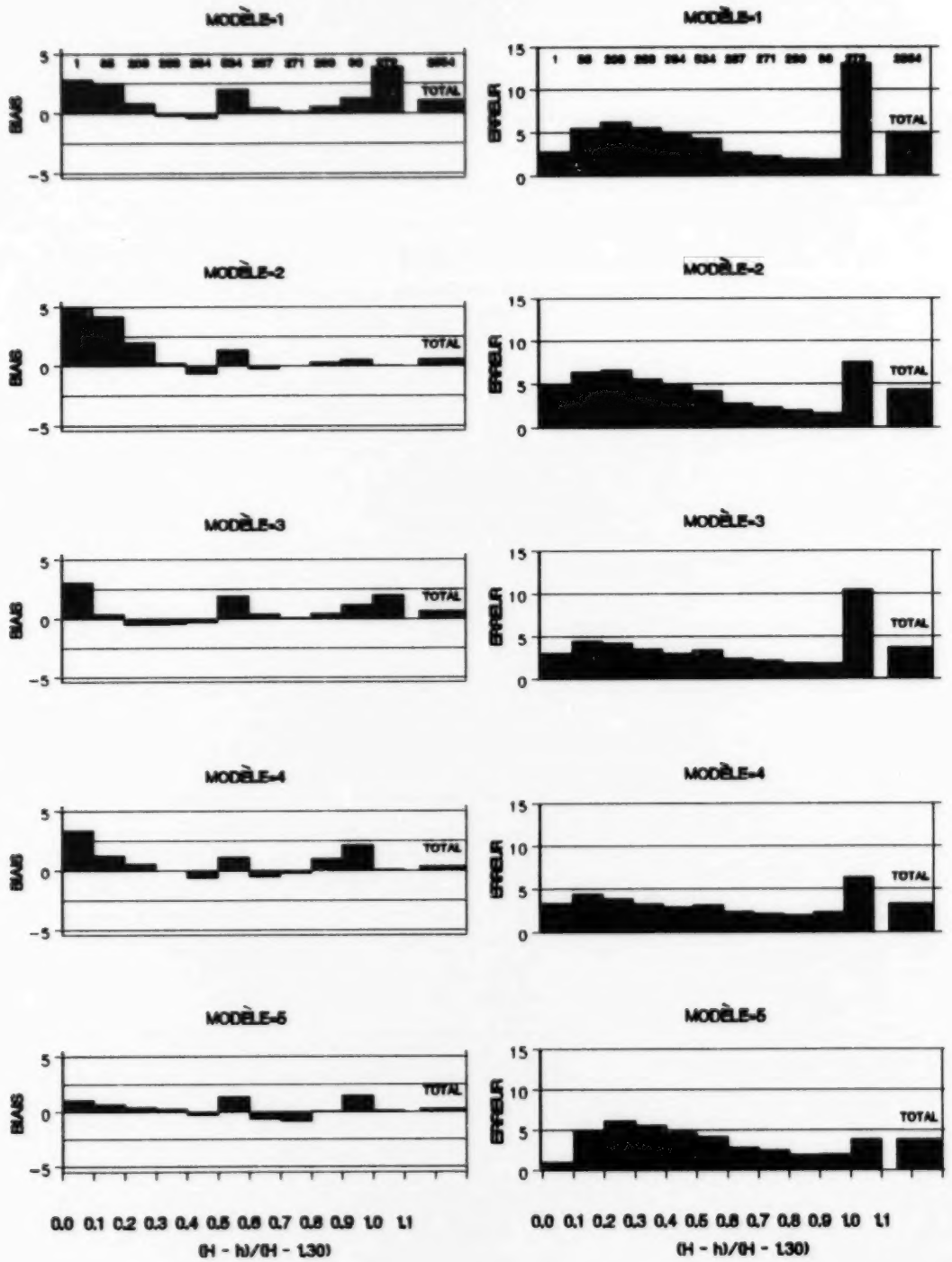


Figure 10. Le biais (gauche) et l'erreur moyenne (droite) des estimations du diamètre relatif (d/D) pour chaque décile de la hauteur relative et pour l'arbre entier des modèles 1 à 5 (ensemble de données de travail sur le pin rouge; les unités en ordonnée correspondent à 100.d/D).

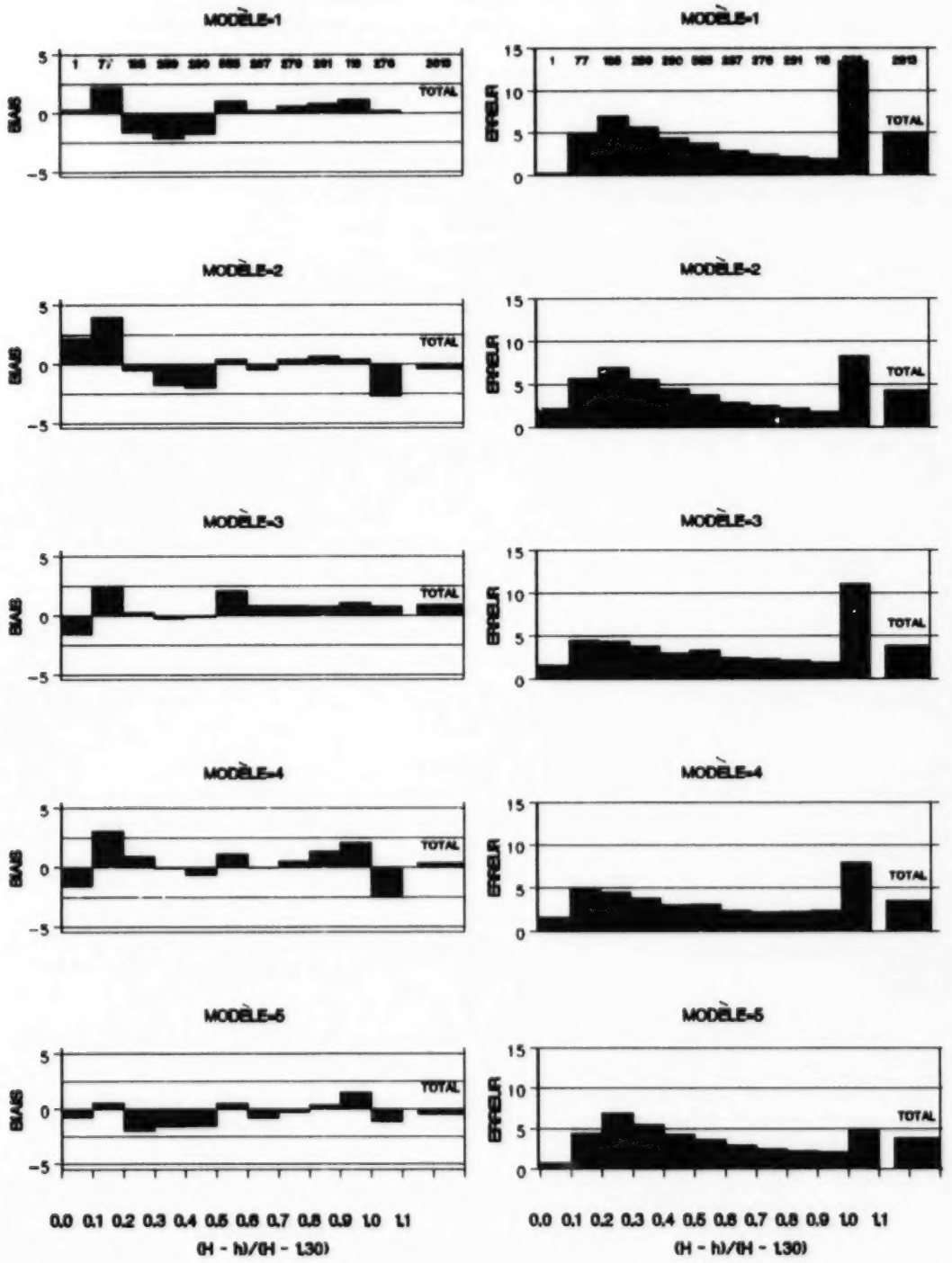


Figure 11. Biais (gauche) et erreur moyenne (droite) des estimations du diamètre relatif (d/D) pour chaque décile de la hauteur relative et pour l'arbre entier des modèles 1 à 5 (ensemble de données de contrôle sur le pin rouge; les unités en ordonnée correspondent à 100.d/D).

Tableau 2. Biais et erreurs moyennes pour estimer les rapports des diamètres de la tige et le volume total des pins rouges dans les ensembles de données de travail et dans ceux de contrôle utilisés pour les modèles 1 à 5

Numéro de modèle	Ensemble de données de travail				Ensemble de données de contrôle			
	Rapport d/D		Volume (%)		Rapport d/D		Volume (%)	
	Biais	Erreur moyenne	Biais	Erreur moyenne	Biais	Erreur moyenne	Biais	Erreur moyenne
1	0,0108	0,0486	3,82	7,31	0	0,0482	1,76	7,04
2	0,0057	0,0430	2,47	6,16	-0,0044	0,0429	0,51	6,01
3	0,0062	0,0373	-0,14	4,48	0,0086	0,0387	1,00	4,41
4	0,0035	0,0325	0,12	3,92	0,0034	0,0354	0,62	4,08
5	0,0023	0,0383	1,58	5,67	-0,0051	0,0383	0,20	5,38

NOTE : Le biais et l'erreur moyenne du volume sont exprimés en pourcentage des volumes moyens observés (0,414 m^3 et 0,360 m^3 respectivement pour les ensembles de données de travail et pour ceux de contrôle).

cylindre (diamètre de la hauteur de la souche). Le volume de la partie supérieure de la tige (au-delà de la dernière section de 5 pieds) a été considéré comme celui d'un cône. Ces volumes ont été additionnés pour obtenir le volume total avec écorce. La hauteur marchande n'a pas été notée de sorte qu'il n'a pas été possible de calculer le volume marchand.

Les estimations de volume, obtenues à l'aide de chaque modèle de défilement, ont été calculées de la même façon à des fins de comparaison, sauf que nous avons utilisé les diamètres estimés à partir des différents modèles plutôt que les diamètres observés. Dans le cas des trois modèles les plus prometteurs (modèles 3 - 5), le biais d'estimations du volume total et l'erreur moyenne sont présentés par classe de dhp de 10 cm et par classe de hauteur de 1 m pour l'ensemble de données de travail (tableau 3). Le biais et l'erreur de l'ensemble sont présentés pour les cinq modèles, tant pour l'ensemble de données de travail que pour l'ensemble de données de contrôle, au tableau 2.

Les trois modèles ont tendance à sous-estimer le volume de la classe de dhp inférieure (sauf la classe de hauteur inférieure du modèle 3) et supérieure et à surestimer la classe de 20 à 30 cm. Le modèle 5 est dans une situation à part puisqu'il surestime les autres classes, le biais ayant tendance à augmenter en proportion du dhp, et sous-estime la classe de dhp inférieure. Cette tendance, conjugée à une tendance similaire avec l'accroissement de la hauteur, est surprenante (et difficile à expliquer) puisque la modèle 5 était l'un des meilleurs pour prédire le diamètre de la tige. Le modèle 4 avait le biais global le plus faible (0,12 %) tout comme l'erreur moyenne la moins élevée (3,92 %).

Estimation de la hauteur marchande

La nouvelle formule de défilement présentée dans ce rapport, tout en permettant d'estimer le diamètre pour une hauteur donnée directement à partir de l'équation [6], ne permet toutefois pas d'effectuer l'opération contraire. La raison est que k et d/D sont fonction de la hauteur relative X. La hauteur h_m pour un diamètre limite marchand donné de la partie supérieure de la tige, $d_{m'}$ ne peut être estimée que par itération. S'il faut effectuer une telle opération pour plusieurs milliers d'arbres, il faudra prévoir beaucoup de temps d'ordinateur, ce qui est très coûteux, à moins que la première estimation de h_m donne un diamètre approximatif qui soit proche de d_m. La première estimation peut être obtenue à partir d'une régression de h_m en D ou de h/H en d/D, si l'on dispose de ces régressions. Lors de la présente étude, la première estimation de h_m a été obtenue à partir d'une régression polynomiale de (H - h)/(H - 1,30) en d/D et en fonction de rapport H/D pour les observations effectuées au-dessus de la hauteur de poitrine et contenues dans l'ensemble de données de travail. Les observations effectuées à hauteur de poitrine et sous celle-ci ont été éliminées parce que nous avons supposé que si d_m se retrouvait sous la hauteur de poitrine, l'arbre ne pourrait être jugé comme ayant des dimensions marchandes (en d'autres termes un arbre marchand doit contenir un grume de 1 m au moins). La régression était la suivante :

$$[14] \quad (H - h)/(H - 1,30) = 0,33 + 0,667(d/D)^2 - 0,414(H/D) + 0,384(dH/D^2)$$
$$R^2 = 0,9540$$

La première estimation, h', de h_m peut être obtenue en substituant d_m à D dans l'équation [14] et en la transposant pour obtenir :

$$[15] \quad h' = H - (H - 1,30)[0,33 + 0,667(d_m/D) - 0,414(H/D) + 0,384(d_m H/D^2)]$$

La substitution de cette valeur de h' dans la formule de défilement pour les modèles 1 à 4 donnera une valeur, d', qui différera probablement légèrement de la valeur précisée pour d_m. On obtient une nouvelle estimation, h" à partir de :

$$[16] \quad h'' = H - (H - h')(d_m/d')^k$$

Le processus se poursuit jusqu'à ce que l'on obtienne une valeur de h qui donne une valeur de d qui diffère de d_m de moins d'une valeur admissible (par exemple, 0,005 cm) préétablie par l'utilisateur.

Tableau 3. Biais et erreur moyenne pour estimer le volume total pour les modèles 3 et 5 par classe de dhp de 10 cm et par classe de hauteur totale de 1 m (ensemble de données de travail).

Classe de hauteur		Numéro de modèle	Classe de dhp				Total
			<20	20-	30-	>40	
<15	N		18	34	4	0	56
	Biais	3	9,42	4,93	-4,03		4,52
		4	-2,28	2,34	-2,25		0,85
		5	-7,92	1,70	3,17		0,12
	Erreur moyenne	3	10,45	7,02	4,03		7,24
		4	4,11	4,67	3,35		4,38
		5	8,58	4,06	4,39		4,95
15	N		18	29	15	0	62
	Biais	3	-0,91	0,10	-1,75		-0,79
		4	-4,23	-0,09	0,42		-0,55
		5	-8,56	-1,39	5,43		0,17
	Erreur moyenne	3	3,80	2,84	5,41		4,01
		4	5,89	2,73	4,30		3,86
		5	9,28	3,05	5,87		5,16
16	N		13	25	15	0	53
	Biais	3	-0,41	0,70	-2,27		-0,83
		4	-2,44	1,27	0,53		0,52
		5	-6,71	1,00	7,48		3,26
	Erreur moyenne	3	3,06	4,08	4,28		4,07
		4	3,40	4,32	4,57		4,34
		5	6,71	4,55	8,15		6,49
17-	N		19	18	9	7	53
	Biais	3	-3,62	-1,32	-3,74	-4,22	-3,16
		4	-4,82	-0,71	-1,17	-0,69	-1,43
		5	-9,01	-1,11	5,10	9,15	2,38
	Erreur moyenne	3	5,30	2,83	3,74	4,22	3,84
		4	5,74	2,81	2,82	2,22	3,07
		5	9,01	3,14	5,39	9,15	6,32
≥18	N		9	36	3	0	48
	Biais	3	-3,31	2,57	0,11		1,52
		4	-3,60	2,95	1,69		1,95
		5	-6,39	2,23	4,75		1,38
	Erreur moyenne	3	3,58	4,46	1,15		3,98
		4	3,79	4,69	1,69		4,24
		5	6,39	4,81	4,75		5,01
Total	N		77	142	46	7	272
	Biais	3	0,22	1,70	-2,44	-4,22	-0,14
		4	-3,59	1,41	-0,02	-0,69	0,12
		5	-7,90	0,72	5,86	9,15	1,58
	Erreur moyenne	3	5,35	4,40	4,26	4,22	4,48
		4	4,76	3,97	3,81	2,22	3,92
		5	8,20	4,02	6,37	9,15	5,67

Cette méthode a été utilisée avec le modèle 3 pour estimer la hauteur marchande jusqu'à un diamètre au fin bout de 7,5 cm (avec écorce – équivalant environ à la norme ontarienne de 7,0 cm sans écorce) de chaque arbre de l'ensemble de données de travail. Les volumes totaux et marchands ont également été calculés. Les calculs pour les 272 arbres prenaient 3,74 secondes de temps machine à un ordinateur VAX/785. Le nombre moyen d'itérations nécessaires pour l'estimations finale de h_m était de 3,4/arbre. Des résultats similaires ont été obtenus à l'aide de l'ensemble de données de contrôle.

Puisque nous ne disposions pas du volume marchand dans les données de base, nous n'avons pu comparer les valeurs estimées avec les valeurs observées.

Estimation du volume par intégration

Comme nous l'avons déjà souligné, il n'est pas possible de calculer directement le volume au-dessus de la souche de la tige en intégrant la formule de défilement [6] entre le niveau de la cime et de la souche ni le volume marchand par intégration entre des limites de dimensions marchandes. L'itération est la seule façon d'y arriver; la tige est divisée en courtes sections, d est estimé au sommet et au bas de chaque section, et le volume calculé à l'aide de la formule de Smalian (ou une formule similaire). Plus la section est petite, plus le volume estimé sera précis. Toutefois, plus le nombre de sections est important, plus le temps machine nécessaire aux calculs sera long.

Pour avoir une idée du temps machine, le volume total d'un arbre dont le dhp est de 25 cm et la hauteur au-dessus de la souche de 16,5 m a été calculé à l'aide des modèles 3 et 4. Le volume de la section V a été calculé à l'aide de la formule suivante :

$$[17] \qquad V = \frac{\pi D^2}{40\,000} \cdot \frac{X_L^{2/k+1} - X_U^{2/k+1}}{H^{2/k}(2/k+1)}$$

où X_U et X_L sont les diamètres de la partie supérieure et inférieure de la section et k est estimé à partir de l'équation [9] (Modèle 3) ou [11] (Modèle 4). Afin d'obtenir des estimations plus précises, le temps machine a été calculé pour cent arbres pour toute la gamme des longueurs de section présentées au tableau 4. Comme nous l'avions prévu, le temps machine diminuait à mesure que le nombre de sections constituant la tige diminuait (le temps nécessaire pour calculer le volume de 1000 sections est d'environ 0,3 secondes). Les estimations de volume concordent avec la position de la cinquième décimale jusqu'à ce que la longueur de section dépasse 0,05 m. Le modèle 4 donne des volumes légèrement supérieures au modèle 3. Une longueur de section de 0,05 m devrait permettre d'obtenir des estimations assez précises du volume pour être généralement utilisable dans la pratique. Ce nombre pourrait probablement être augmenté pour les arbres plus grands (peut-être en conservant un nombre de sections d'environ 330/arbre).

DISCUSSION ET CONCLUSIONS

Le nouveau modèle de défilement présenté dans ce rapport tient compte du fait que la forme géométrique de la tige d'un arbre varie continuellement du sommet à la base. Ainsi, la forme peut être exprimée par la variable k dans l'expression suivante :

$$(d/D)^k = (H - h)/(H - 1{,}30)$$

L'hypothèse présentée précédemment était que k pouvait avoir des valeurs autres que celles associées aux solides géométriques traditionnellement utilisés – cône (k = 1), paraboloïde (k = 2) et néiloïde (k = 2/3) – qui ont été décrits dans les manuels de dendrométrie et souvent utilisées comme hypothèses dans des études antérieures sur le défilement.

Le principal objectif de cette étude, à savoir déterminer une relation satisfaisante entre k et la hauteur relative le long de la tige, a été atteint. Nous avons toutefois

Tableau 4. Temps machine approximatif pour calculer le volume au-dessus de la hauteur de la souche pour cent arbres par intégration numérique à l'aide des modèles 3 et 4. Chaque arbre a un dhp de 25,0 cm et une hauteur totale au-dessus de la souche de 16,5 m.

Nombre de sections	Longueur des sections	Modèle 3		Modèle 4	
		Volume (m^3)	Temps machine (secondes)	Volume (m^3)	Temps machine (secondes)
1650	0,010	0,356427	54,25	0,359332	44,58
1000	0,165	0,356428	32,84	0,359332	27,42
825	0,020	0,356427	26,95	0,359332	22,36
500	0,033	0,356427	16,45	0,359331	13,61
330	0,050	0,356425	10,88	0,359329	8,76
250	0,066	0,356424	8,17	0,359326	6,79
165	0,100	0,356418	5,36	0,359317	4,39

vu un problème : en effet, la valeur de k augmente assez régulièrement en fonction de la distance par rapport au sommet de la tige, bien qu'une diminution soudaine en un point situé au-dessus de la hauteur de poitrine, là où se manifeste l'influence du renflement de la patte, ait été observée. Un certain nombre de modèles ont été testés et quatre d'entre eux ont été décrits en détail, les autres étant présentés à l'annexe I.

Pour tenir compte de la diminution rapide de la valeur de k dans la partie inférieure de la tige, des équations polynomiales, dont la variable indépendante avait été élevée à la puissance 6, ont dû être utilisées (voir les équations [7] et [9]). Bien que des puissances aussi élevées (ou plus élevées) aient été utilisées lors d'études antérieures du défilement, leur principal inconvénient est que, aux deux extrémités de la plage, (dans le cas présent, immédiatement sous la hauteur de la souche, c'est-à-dire à 0,1524 m), les estimations de la variable dépendante peuvent être sujettes à des erreurs importantes, rendant l'extrapolation à des valeurs situées en dehors de la plage (opération risquée, même dans des circonstances idéales) quasiment impossible. Pour éviter l'utilisation de puissances aussi élevées, nous avons testé la variable 1/h qui s'est révélée une composante importante de l'un des meilleurs modèles (voir l'équation [11]). Cette variable présente toutefois un danger puisque sa valeur tend vers l'infini près du niveau du sol. On peut se retrouver avec des valeurs très étendues (négatives ou positives) pour k et d/D.

Des générations de spécialistes en dendrométrie ont été confrontées au problème d'obtenir une bonne courbe de défilement à la base de la tige. Jusqu'à tout récemment, le renflement de la patte était souvent considéré comme une anomalie, la forme paraboloïde de la tige était présumée comme s'étendant jusqu'au niveau du sol et le bois de tige excédentaire provenant du renflement de la patte n'était pas pris en considération. Depuis une vingtaine d'années, la majeure partie de ce bois autrefois inutilisé sert maintenant à la fabrication de pâte, de panneaux dérivés du bois ou comme source d'énergie. L'obtention de formules de défilement précises pour cette partie de la tige est donc devenue importante.

Depuis quelques années, les équations polynomiales segmentées ont gagné en popularité tandis que d'autres chercheurs ont élaboré des modèles très complexes. Bon nombre de ces modèles contiennent cinq coefficients ou plus ainsi que des variables élevées à une puissance pouvant atteindre jusqu'à 40. L'un des meilleurs modèles est le modèle de régression polynomiale segmentée de Max-Burkhart (voir l'équation [13]). Bien qu'elle contienne cinq paramètres, aucune variable n'est élevée à une puissance dépassant deux et elle a donné un ajustement satisfaisant le long de la tige, du sommet à la souche, lors de la présente étude.

Le meilleur des modèles que nous ayons présenté dans ce rapport semble être le modèle 4 (équation [11]). Exprimé sous une forme plus conventionnelle comme une équation de défilement, il devient :

$$d = D.X^{1/[2,58-0,763(D/H)+0,205X.(D/H)^2 -0,244(1/h)]}$$

où $X = (H - h)/(H - 1,30)$. Le modèle 3 (équation [9]) est un autre modèle qui mérite d'être étudié de façon plus approfondie :

$$d = D.X^{1[2,48-1,540X^6-0,696(D/H) +0,770X^2.(D/H)]}$$

Les avantages de ces deux modèles sont les suivants :

(1) Ils donnent des estimations généralement précises du diamètre le long de la tige et du volume total tant pour les ensembles de données de travail que de contrôle sur les pins rouges cultivés en plantation utilisés lors de la présente étude. Le modèle 4 est le meilleur à cet égard et les deux se comparent avantageusement aux résultats obtenus à l'aide du modèle de Max-Burkhart.

(2) Ils tiennent compte de la variation continuelle de forme le long de la tige et n'exigent ainsi qu'une seule équation pour la courbe de défilement.

(3) Ils n'exigent que quatre paramètres pour l'équation de régression.

(4) Ils tiennent compte des variations de forme de la tige qui sont corrélées à la taille de la cime, comme le montre le rapport D/H.

(5) L'utilisation de techniques de régression linéaire conventionnelle (des moindres carrés) réduit le temps de calcul et permet d'éviter certains des problèmes relatifs à l'obtention d'une solution qui peuvent survenir avec des modèles non linéaires.

Les inconvénients des modèles 3 et 4 sont les suivants :

(1) Ils sont tous deux très sensibles à des erreurs d'estimation du diamètre de la tige près de la base de l'arbre. Dans le cas du modèle 4, le diamètre atteint un maximum à quelques centimètres sous la hauteur de la souche et diminue ensuite rapidement pour atteindre une valeur négative avant d'augmenter à nouveau. Le degré de précision de l'équation de régression dans cette région pourrait probablement être amélioré si l'on avait pris une, ou, de préférences deux autres mesures, entre la hauteur de la souche et de poitrine (disons à 0,80 et 0,30 m). Ce problème pourrait également se poser en cas d'autres formules de défilement, notamment lorsque des puissances élevées sont utilisées.

(2) Il n'est pas possible de transposer aucune des équations de sorte que la hauteur à un diamètre donné ne peut être estimée directement. Il s'en-

suit, par exemple, que la hauteur à laquelle se retrouve le seuil supérieur d'un diamètre limite marchand donné doit être estimée par itération. Toutefois, une méthode d'estimation efficace a été décrite.

(3) Il n'est pas possible d'intégrer les équations d'aucun de ces modèles, afin d'estimer directement le volume marchand ou total. Des méthodes numériques, parfois très fastidieuses, ont été utilisées, bien que des essais préliminaires effectués à l'aide des données sur le pin rouge révèlent que l'opération pourrait ne pas être aussi difficile que prévue.

La présente étude a montré que les formules de défilement qui tiennent compte de la variation continuelle de forme le long de la tige, comme les modèles 3 et 4, permettent de trouver une solution plus simple et plus précise en ce qui a trait à la courbe de défilement que les autres formules de défilement existantes et méritent assurément d'être vérifiées de façon plus approfondie.

BIBLIOGRAPHIE

Alberta Forest Service. 1987. Evaluation and fitting of tree taper functions for Alberta. Dep. Lands Forests Pub. Dept. 106.

Alemdag, I.S. 1983. Formulation of the form-class taper curves. Can. For. Serv., Petawawa Nation. For. Inst. Inf. Rep. PI-X-22.

Alemdag, I.S. 1988. A ratio method for calculating stem volume to merchantable limits, and associated taper equations. For. Chron. 64: 18-26.

Alemdag, I.S.; Honer, T.G. 1977. Metric relationships between breast-height and stump diameters for eleven tree species from eastern and central Canada. Dep. Environ., Forest Manage. Inst. Inf. Rep. FMR-X-49M.

Amateis, R.L.; Burkhart, H.E. 1987a. Tree volume and taper of loblolly pine varies by stand origin. South. J. Appl. For. 11: 185-189.

Amateis, R.L.; Burkhart, H.E. 1987b. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover, site-prepared plantations. South. J. Appl. For. 11: 190-192.

Behre, C.E. 1923. Preliminary notes on the study of tree form. J. For. 21: 507-511.

Bruce, D.R.; Curtis, R.O.; Vancoevering, C. 1968. Development of a system of taper and volume tables for red alder. Forest Sci. 14: 339-350.

Busgen, M.; Munch, E. 1929. The structure and life of forest trees 3rd ed. Chapman and Hall Ltd., London.

Byrne, J.C.; Reed, D.D. 1986. Complex compatible taper and volume estimation systems for red and loblolly pine. Forest Sci. 32: 423-443.

Cao, Q.V.; Burkhart, H.E.; Max, T.A. 1980. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. Forest Sci. 26: 71-80.

Demaerschalk, J.P. 1973. Integrated systems for the estimation of taper and volume. Can. J. Forest Res. 3: 90-94.

Demaerschalk, J.P.; Kozak, A. 1977. The whole bole system: a conditioned duel-equation system for precise prediction of tree profiles. Can. J. Forest Res. 7: 488-497.

Forslund, R.R. 1982. A geometrical tree volume model based on the location of the centre of gravity of the bole. Can. J. Forest Res. 12: 215-221.

Fries, J. 1965. Eigenvector analysis show that birch and pine have similar form in Sweden and British Columbia. For. Chron. 41: 135-139.

Goulding, C.J.; Murray, J.C. 1976. Polynomial taper equations that are compatible with volume equations. N.Z. J. Forest Sci. 5: 313-322.

Gray, H.R. 1956. The form and taper of forest tree stems. Oxford, Imp. For. Inst. Paper 32.

Grosenbaugh, L.R. 1966. Tree form: definition, interpretation, extrapolation. For. Chron. 42: 444-457.

Heger, L. 1965. Morphogenesis of stems of Douglas fir (*Pseudotsuga menziesii* [Mirb.] Franco). Ph.D. thesis, Univ. Brit. Columbia, Vancouver.

Husch, B. 1963. Forest mensuration and statistics. Ronald Press Co., New York.

Kilkki, P.; Lappi, J. 1987. Estimation of taper curve using stand variables and sample tree measurements. Scand. J. Forest Res. 2: 121-126.

Kozak, A.; Munro, D.D.; Smith, J.H.G. 1969. Taper functions and their application in forest inventory. For. Chron. 45: 278-283.

Kozak, A.; Smith, J.H.G. 1966. Critical analysis of multivariate techniques for estimating tree taper suggests that simpler methods are best. For. Chron. 42: 458-463.

Kozlowski, T.T. 1971. Growth and development of trees. Volume II: Cambial growth, root growth and reproductive growth. Academic Press, New York.

Larson, P.R. 1963. Stem form development of forest trees. Forest Sci. Monogr. 5.

Layden, D. 1984. Log profile system improves management for woods and mill. Can. Pulp Paper Assoc., 65th Annu. Meet. Preprint Book: 11-13.

Liu, C.J. 1980. Log volume estimation with spline approximation. Forest Sci. 26: 361-369.

Liu, C.J.; Keister, T.D. 1978. Southern pine stem form defined through prinicpal component analysis. Can. J. Forest Res. 8: 188-197.

Max, T.A.; Burkhart, H.E. 1976. Segemented polynomial regression applied to taper equations. Forest Sci. 22: 283-289.

Munro, D.D.; Demaerschalk, J.P. 1974. Taper-based versus volume-based compatible estimating systems. For. Chron. 50: 197-199.

Newnham, R.M. 1965. Stem form and variation of taper with age and thinning regime. Forestry 38: 218-224.

Ormerod, D.P. 1973. A simple bole model. For. Chron. 49: 136-138.

Ormerod, D.P. 1986. The diameter-point method for tree taper description. Can. J. Forest Res. 16: 484-490.

SAS Institute Inc. 1985. SAS® user's guide: statistics, version 5 edition. SAS Inst. Inc., Cary, NC.

Smith, J.H.G. 1980. Influences of spacing on radial growth and percentage latewood of Douglas-fir, western hemlock, and western red cedar. Can. J. Forest Res. 10: 169-175.

Stiell, W.M. 1960. Taper curves and volume tables for plantation red pine. Can. Dep. North. Affairs Nation. Resources, Forest Res. Div. Tech. Note 90.

Stiell, W.M.; von Althen, F.W. 1964. Revised taper curves and volume tables for plantation red pine. Can. Dep. For. Pub. 1075.

Sweda, T. 1984. Growth curves as genatrix for improved forest mensuration and management. Pages 567-578 *in* Nagumo, H., et al., eds. Proc. IUFRO Symp. Forest Management planning and Managerial Economics, October 15-19, 1984, University of Tokyo.

Wiant, H.V.; Charlton, P.M. 1984. Estimating volumes of uplands hardwoods with the Behre hyperboloid. J. For.

ANNEXE I

Liste complète des modèles de défilement testés lors de la présente étude

Liste complète des modèles de défilement

Définitions

Y = diamètre relatif, d/D
X = hauteur relative, (H-H)/(H-1,30)
Z = h/H
W = exp(X)-1
D = diamètre à hauteur de poitrine -- dhp (1,30 m)
H = hauteur totale
h = hauteur au-dessus du niveau du sol
d = diamètre à une hauteur h
k = ln(X)/ln(Y)
C = rapport hauteur de cime vivante - hauteur totale (%)

Modèle 5 (Max-Burkhart)

$$Y^2 = -5{,}030(Z-1) + 2{,}477(Z^2 - 1) - 2{,}577\,(0{,}7598 - Z)^2 I_1 + 154{,}8\,(0{,}0665 - Z)^2 I_2$$

où I_1=1, si $0 \le Z \le 0{,}7598$
0, dans les autres cas
I_2=1, si $0 \le Z \le 0{,}0665$
0, dans les autres cas

Pour les modèles 1 à 4, 6 à 10, 13 à 21 et 23 à 25, la formule générale du modèle est la suivante :

$$Y = X^{1/k}$$

où k est une fonctions de X et d'autres variables indépendantes.

Modèle

1	k	=	$1{,}28 + 0{,}772X + 2{,}234X^5 - 3{,}198X^6$		$R^2 = 0{,}5654$
2	k	=	$1{,}83 + 0{,}526\,(X - 0{,}836)$ $1{,}83 - 6{,}133\,(X - 0{,}836)$	lorsque X 0,836 lorsque X 0,836	$I^2 = 0{,}5611$*
3	k	=	$2{,}48 - 1{,}540X^6 - 0{,}696(D/H) + 0{,}770X^2.(D/H)$		$R^2 = 0{,}6688$
4	k	=	$2{,}58 - 1{,}763(D/H) + 0{,}205X.(D/H)^2 - 0{,}244(1/h)$		$R^2 = 0{,}6579$
6	k	=	$1{,}38 + 1{,}291X^2 - 1{,}617X^6$		$R^2 = 0{,}5644$
7	k	=	$1{,}39 + 1{,}200W^2 - 0{,}761W^3$		$R^2 = 0{,}5642$
8	k	=	$1{,}50 + 1{,}955W^4 - 2{,}196W^5 + 0{,}591W^6$		$R^2 = 0{,}5677$
9	k	=	$1{,}39 - 0{,}0157W + 1{,}216W^2 - 0{,}766W^3$		$R^2 = 0{,}5642$
10	k	=	$1{,}92 + 0{,}495\,(W-1{,}152)$ $1{,}92 - 1{,}864\,(W-1{,}152)$	lorsque $Z \le 0{,}152$ lorsque $Z > 1{,}152$	$I^2 = 0{,}5493$*
13	k	=	$1{,}93 + 0{,}613\,(X^2 - 0{,}710)$ $1{,}93 - 3{,}517\,(X^2 - 0{,}710)$	lorsque $X^2 \le 0{,}710$ lorsque $X^2 > 0{,}710$	$I^2 = 0{,}5650$*
14	k	=	$2{,}50 - 1{,}562X^6 - 0{,}0237C + 0{,}0260X^2.C$		$R^2 = 0{,}6530$
15	k	=	$2{,}68 - 1{,}068X^8 - 0{,}0256C + 0{,}000301X^2.C^2$		$R^2 = 0{,}6530$
16	k	=	$2{,}62 - 1{,}057X^8 - 0{,}734(D/H) + 0{,}266X^2.(D/H)^2$		$R^2 = 0{,}6688$
17§	k	=	$1{,}0 + 1{,}908X - 1{,}728X^5 - 0{,}000814C^2$		$I^2 = 0{,}5892$*
18§	k	=	$1{,}0 - 0{,}535X^{12} + 0{,}0385C - 0{,}000487C^2$		$I^2 = 0{,}5489$*
19§	k	=	$1{,}0 + 1{,}920X - 1{,}733X^5 - 0{,}0771(D/H)^2$		$I^2 = 0{,}5985$*
20§	k	=	$1{,}0 - 0{,}530X^{12} - 0{,}0809(D/H)^2 + 0{,}0530H$		$I^2 = 0{,}5505$*
21	k	=	$1{,}51 + 1{,}819X^2 - 1{,}719X^6 - 0{,}360X.(D/H)$		$R^2 = 0{,}5982$
23	k	=	$2{,}27 - 0{,}377(D/H) - 0{,}203\,(1/h)$		$R^2 = 0{,}6084$
24‡	k	=	$2{,}42 - 1{,}382X^{6.707} - 0{,}657(D/H) + 0{,}681X^2.(D/H)$		$I^2 = 0{,}67021$

25‡ $k = 3{,}05 - 0{,}898(D/H) + 0{,}276X.(D/H)^2 - 0{,}922(1/H)^{0{,}429}$ $I^2 = 0{,}66411$

Notes :

•I^2 est l'indice de corrélation : $1 - \Sigma(k-k)^2/\Sigma(k-k)^2$
δLes modèles 17 à 19 doivent passer par le point (0,1)
‡Les modèles 24 et 25 sont des régressions non linéaires où k est la variable dépendante.

Les modèles 11 et 12 sont des modèles de régression non linéaire où Y est la variable dépendante.

Modèle

11 $Y = X^1/(1{,}44+0{,}666X^2-1{,}145X^6$ $I^2 = 0{,}9430$
12 $Y = X^1/(1{,}77-5{,}831W^2+5{,}879W^3)$ $I^2 = 0{,}6795$

où $I^2 = 1 - \Sigma(Y-Y)^2/\Sigma(Y-Y)^2$

Le modèle 22 a la forme suivante :

$Y = X^m$

où m - ln(Y)/ln(X) est une fonction de X et d'autres variables indépendantes

$m = 0{,}68 - 8{,}037X^4 + 5{,}983X^6 + 0{,}186H$ $R^2 = 0{,}8951$

La variable dépendante m étant différente, la valeur de R^2 ne peut être comparée aux valeurs de R^2 du groupe de modèles dont la variable dépendante est k.

ANNEXE II

Biais et erreur moyenne par décile de hauteur pour 25 modèles de défilement (ensemble de données de travail)

TABLE II-1. Biais et erreur moyenne par décile de la hauteur pour 25 modèles de défilement (ensemble de données de travail).

No. eqn.	Décile de hauteur, (H - H)/(H - 1,30) 0,0-	0,1-	0,2-	0,3-	0,4-	0,5-	0,6-	0,7-	0,8-	0,9-	>1,0	Total
1	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0280	0,0236	0,0079	-0,0022	-0,0039	0,0199	0,0044	0,0018	0,0056	0,0127	0,0388	0,0108
Er m	0,0280	0,0549	0,0623	0,0559	0,0468	0,0429	0,0270	0,0227	0,0190	0,0187	0,1306	0,0486
2	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0482	0,0417	0,0198	0,0023	-0,0061	0,0134	-0,0024	0,0000	0,0032	0,0054	0,0005	0,0057
Er m	0,0482	0,0637	0,0657	0,0557	0,0472	0,0415	0,0271	0,0227	0,0195	0,0161	0,0751	0,0430
3	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0305	0,0037	-0,0048	-0,0047	-0,0034	0,0189	0,0035	0,0007	0,0041	0,0112	0,0198	0,0062
Er m	0,0305	0,0448	0,0419	0,0350	0,0295	0,0339	0,0235	0,0213	0,0184	0,0179	0,1043	0,0373
4	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0336	0,0125	0,0055	-0,0001	-0,0063	0,0109	-0,0051	-0,0023	0,0099	0,0209	0,0007	0,0035
Er m	0,0336	0,0446	0,0390	0,0333	0,0296	0,0319	0,0241	0,0213	0,0195	0,0235	0,0635	0,0325
5	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0104	0,0069	0,0040	0,0014	-0,0032	0,0134	-0,0069	-0,0086	0,0005	0,0147	0,0009	0,0023
Er m	0,0104	0,0492	0,0612	0,0552	0,0463	0,0412	0,0278	0,0246	0,0192	0,0198	0,0380	0,0383
6	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0387	0,0282	0,0065	-0,0047	-0,0048	0,0207	0,0056	0,0023	0,0051	0,0119	0,0241	0,0092
Er m	0,0387	0,0570	0,0622	0,0561	0,0469	0,0421	0,0271	0,0227	0,0190	0,0183	0,1164	0,0472
7	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0387	0,0282	0,0065	-0,0047	-0,0047	0,0207	0,0055	0,0022	0,0052	0,0120	0,0207	0,0095
Er m	0,0387	0,0570	0,0622	0,0561	0,0469	0,0421	0,0271	0,0227	0,0190	0,0184	0,1115	0,0475
8	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0622	0,0480	0,0172	-0,0053	-0,0113	0,0154	0,0060	0,0050	0,0053	0,0103	-0,0112	0,0056
Er m	0,0622	0,0677	0,0651	0,0562	0,0483	0,0418	0,0271	0,0230	0,0193	0,0176	0,0573	0,0415
9	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0393	0,0287	0,0067	-0,0047	-0,0048	0,0206	0,0055	0,0022	0,0052	0,0121	0,0273	0,0096
Er m	0,0393	0,0572	0,0622	0,0561	0,0469	0,0431	0,0271	0,0227	0,0190	0,0184	0,1199	0,0476
10	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0379	0,0310	0,0111	-0,0025	-0,0062	0,0174	0,0047	0,0055	-0,0026	0,0012	-0,0668	-0,0016
Er m	0,0379	0,0584	0,0631	0,0559	0,0472	0,0422	0,0270	0,0229	0,0198	0,0156	0,0749	0,0428
11	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0503	0,0384	0,0107	-0,0090	-0,0171	0,0032	-0,0135	-0,0147	-0,0064	0,0034	-0,0472	-0,0086
Er m	0,0503	0,0620	0,0632	0,0565	0,0499	0,0409	0,0301	0,0262	0,0200	0,0158	0,0800	0,0442
12	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,1071	0,0752	-0,0075	-0,1034	-0,1788	-0,1535	-0,0473	0,0464	0,0623	0,0612	-0,2456	-0,0771
Er m	0,1071	0,0866	0,0651	0,1099	0,1791	0,1540	0,0586	0,0485	0,0623	0,0612	0,2456	0,1172
13	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0605	0,0494	0,0213	0,0005	-0,0083	0,0129	-0,0004	0,0039	0,0088	0,0114	0,0096	0,0080
Er m	0,0605	0,0678	0,0663	0,0558	0,0477	0,0414	0,0269	0,0229	0,0201	0,0181	0,0864	0,0445
14	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0346	0,0036	-0,0013	-0,0054	-0,0032	0,0193	0,0038	0,0010	0,0044	0,0114	0,0316	0,0079
Er m	0,0346	0,0461	0,0409	0,0351	0,0308	0,0353	0,0242	0,0217	0,0187	0,0181	0,1215	0,0397
15	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0536	0,0208	0,0122	0,0011	-0,0025	0,0151	-0,0007	-0,0009	0,0052	0,0127	0,1189	0,0181
Er m	0,0536	0,0521	0,0439	0,0347	0,0306	0,0338	0,0245	0,0218	0,0186	0,0186	0,2102	0,0493
16	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0487	0,0210	0,0083	0,0014	-0,0033	0,0147	-0,0008	-0,0010	0,0052	0,0130	0,1472	0,0207
Er m	0,0487	0,0495	0,0416	0,0345	0,0293	0,0325	0,0235	0,0212	0,0184	0,0183	0,2376	0,0513
17	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	-0,0531	-0,0609	-0,0416	-0,0199	-0,0023	0,0271	0,0100	0,0029	0,0031	0,0104	31,4339	3,3477
Er m	0,0531	0,0646	0,0539	0,0452	0,0375	0,0410	0,0253	0,0219	0,0189	0,0180	31,5726	3,3940

TABLE II-1. (suite).

No. eqn.		Décile de hauteur, (H - H)/(H - 1,30)										
	0,0-	0,1-	0,2-	0,3-	0,4-	0,5-	0,6-	0,7-	0,8-	0,9-	>1,0	Total
18	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,1089	0,0737	0,0491	0,0223	0,0034	0,0124	-0,0103	-0,0111	-0,0003	0,0119	5241,0449	558,1791
Er s	0,1089	0,0830	0,0697	0,0481	0,0382	0,0363	0,0281	0,0250	0,0190	0,0190	5241,2300	550,2215
19	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	-0,0560	-0,0627	-0,0448	-0,0207	-0,0028	0,0268	0,0099	0,0030	0,0032	0,0108	0,1606	0,0167
Er s	0,0560	0,0651	0,0569	0,0444	0,0358	0,0397	0,0247	0,0217	0,0186	0,0180	0,2751	0,0605
20	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0586	0,0588	0,0431	0,0217	0,0039	0,0115	-0,0109	-0,0113	0,0001	0,0150	164,2687	17,5032
Er s	0,0586	0,0669	0,0607	0,0454	0,0362	0,0352	0,0282	0,0256	0,0192	0,0203	164,5617	17,5575
21	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0551	0,0385	0,0100	-0,0049	-0,0065	0,0181	0,0039	0,0018	0,0052	0,0137	2,2982	0,2511
Er s	0,0551	0,0594	0,0568	0,0403	0,0395	0,0370	0,0238	0,0214	0,0188	0,0193	2,5420	0,3018
22	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0557	0,0388	-0,0009	-0,0301	-0,0354	0,0049	0,0138	0,0175	-0,0033	-0,0286	-0,0022	-0,0027
Er s	0,0557	0,0623	0,0624	0,0628	0,0600	0,0468	0,0379	0,0336	0,0231	0,0297	0,0398	0,0453
23	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0914	0,0735	0,0473	0,0225	0,0033	0,0115	-0,0112	-0,0111	0,0026	0,0162	2,7322	0,3008
Er s	0,0914	0,0769	0,0596	0,0411	0,0317	0,0323	0,0264	0,0239	0,0187	0,0210	2,8581	0,3344
24	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0334	0,0073	-0,0031	-0,0052	-0,0051	0,0172	0,0028	0,0014	0,0056	0,0130	0,0357	0,0078
Er s	0,0334	0,0441	0,0408	0,0346	0,0296	0,0334	0,0235	0,0213	0,0186	0,0187	0,1187	0,0387
25	1	85	206	268	264	534	287	271	280	86	272	2554
Biais	0,0278	0,0083	0,0067	0,0038	-0,0023	0,0135	-0,0042	-0,0033	0,0077	0,0185	-0,0001	0,0044
Er s	0,0278	0,0475	0,0399	0,0333	0,0290	0,0326	0,0240	0,0217	0,0188	0,0216	0,0572	0,0320

TABLE II-2. Biais et erreur moyenne par décile de la hauteur pour 25 modèles de défilement (Ensemble de données de contrôle).

No. eqn.	Décile de hauteur, (H - h)/(H - 1,30) 0,0-	0,1-	0,2-	0,3-	0,4-	0,5-	0,6-	0,7-	0,8-	0,9-	1,0	Total
1	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0029	0,0219	-0,0168	-0,0220	-0,0178	0,0102	0,0021	0,0062	0,0080	0,0117	0,0022	0,0000
Er m	0,0029	0,0483	0,0699	0,0370	0,0440	0,0379	0,0286	0,0245	0,0221	0,0194	0,1346	0,0482
2	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0217	0,0397	-0,0053	-0,0175	-0,0199	0,0037	-0,0046	0,0042	0,0064	0,0042	-0,0273	-0,0044
Er m	0,0217	0,0575	0,0700	0,0558	0,0449	0,0375	0,0288	0,0244	0,0221	0,0177	0,0829	0,0429
3	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0159	0,0228	0,0023	-0,0026	-0,0018	0,0106	0,0080	0,0081	0,0075	0,0106	0,0077	0,0086
Er m	0,0159	0,0446	0,0436	0,0381	0,0295	0,0337	0,0247	0,0231	0,0216	0,0187	0,1109	0,0387
4	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0162	0,0305	0,0090	-0,0010	-0,0066	0,0114	-0,0007	0,0050	0,0132	0,0207	-0,0246	0,0034
Er m	0,0162	0,0478	0,0449	0,0381	0,0305	0,0308	0,0243	0,0225	0,0227	0,0238	0,0797	0,0354
5	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0080	0,0053	-0,0198	-0,0164	-0,0160	0,0047	-0,0082	-0,0034	0,0035	0,0145	-0,0119	-0,0051
Er m	0,0080	0,0440	0,0688	0,0546	0,0427	0,0367	0,0291	0,0252	0,0222	0,0209	0,0465	0,0383
6	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0150	0,0260	-0,0183	-0,0245	-0,0188	0,0110	0,0034	0,0067	0,0075	0,0109	-0,0100	-0,0014
Er m	0,0158	0,0503	0,0699	0,0578	0,0443	0,0379	0,0287	0,0247	0,0221	0,0191	0,1225	0,0472
7	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0159	0,0260	-0,0184	-0,0245	-0,0187	0,0110	0,0032	0,0066	0,0075	0,0110	-0,0079	-0,0012
Er m	0,0159	0,0502	0,0699	0,0577	0,0443	0,0379	0,0287	0,0247	0,0221	0,0191	0,1252	0,0474
8	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0375	0,0463	-0,0082	-0,0250	-0,0252	0,0057	0,0037	0,0102	0,0085	0,0091	-0,0362	-0,0043
Er m	0,0375	0,0618	0,0700	0,0579	0,0470	0,0375	0,0288	0,0254	0,0224	0,0186	0,0679	0,0420
9	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0165	0,0264	-0,0182	-0,0245	-0,0188	0,0109	0,0032	0,0066	0,0076	0,0110	-0,0074	-0,0011
Er m	0,0165	0,0504	0,0699	0,0577	0,0443	0,0379	0,0287	0,0247	0,0221	0,0192	0,1256	0,0475
10	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0128	0,0290	-0,0138	-0,0222	-0,0201	0,0077	0,0025	0,0101	0,0002	0,0002	-0,0895	-0,0110
Er m	0,0128	0,0516	0,0699	0,0571	0,0449	0,0376	0,0287	0,0254	0,0215	0,0177	0,0946	0,0441
11	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0265	0,0360	-0,0145	-0,0288	-0,0309	-0,0065	-0,0158	-0,0104	-0,0044	0,0025	-0,0730	-0,0185
Er m	0,0265	0,0554	0,0699	0,0592	0,0496	0,0383	0,0317	0,0260	0,0215	0,0177	0,0947	0,0455
12	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0835	0,0705	-0,0359	-0,1229	-0,1910	-0,1625	-0,0489	0,0496	0,0655	0,0596	-0,2601	-0,0860
Er m	0,0835	0,0805	0,0744	0,1258	0,1910	0,1626	0,0584	0,0518	0,0656	0,0596	0,2601	0,1252
13	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0354	0,0470	-0,0040	-0,0193	-0,0221	0,0031	-0,0027	0,0080	0,0118	0,0102	-0,0201	-0,0024
Er m	0,0354	0,0622	0,0702	0,0563	0,0459	0,0375	0,0287	0,0250	0,0234	0,0188	0,0933	0,0445
14	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0148	0,0285	0,0007	-0,0045	-0,0042	0,0193	0,0074	0,0080	0,0076	0,0106	0,0013	0,0072
Er m	0,0148	0,0458	0,0514	0,0416	0,0321	0,0348	0,0261	0,0242	0,0220	0,0190	0,1153	0,0410
15	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0003	0,0471	0,0149	0,0028	-0,0037	0,0155	0,0030	0,0057	0,0080	0,0118	0,1017	0,0187
Er m	0,0003	0,0582	0,0549	0,0424	0,0318	0,0333	0,0254	0,0237	0,0220	0,0193	0,2115	0,0513
16	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0013	0,0402	0,0154	0,0039	-0,0016	0,0169	0,0040	0,0062	0,0082	0,0124	0,1035	0,0196
Er m	0,0013	0,0539	0,0461	0,0379	0,0297	0,0321	0,0241	0,0226	0,0215	0,0191	0,2177	0,0500
17	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0750	-0,0497	-0,0536	-0,0313	-0,0109	0,0220	0,0114	0,0099	0,0074	0,0102	12,4934	1,3183
Er m	0,0750	0,0543	0,0686	0,0531	0,0374	0,0380	0,0282	0,0247	0,0220	0,0188	12,6663	1,3708

TABLE II-2. (suite).

No.	Décile de hauteur, (H - h)/(H - 1,30)											
eqn.	0,0-	0,1-	0,2-	0,3-	0,4-	0,5-	0,6-	0,7-	0,8-	0,9-	>1,0	Total
18	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,3666	0,0908	0,0368	0,0129	-0,0014	0,0108	-0,0058	-0,0021	0,0048	0,0120	32,1094	3,4005
Er ø	0,0666	0,0976	0,0762	0,0514	0,0379	0,0359	0,0273	0,0240	0,0215	0,0195	32,3097	3,4468
19	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0769	-0,0541	-0,0544	-0,0315	-0,0103	0,0226	0,0119	0,0103	0,0077	0,0111	0,0004	-0,0011
Er ø	0,0769	0,0559	0,0671	0,0512	0,0351	0,0369	0,0271	0,0239	0,0215	0,0185	0,1682	0,0497
20	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0361	0,0601	0,0302	0,0183	0,0015	0,0117	-0,0056	-0,0018	0,0054	0,0159	>99,9999	>99,9999
Er ø	0,0361	0,0766	0,0614	0,0450	0,0333	0,0333	0,0277	0,0251	0,0219	0,0210	>99,9999	>99,9999
21	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0327	0,0373	-0,0109	-0,0202	-0,0160	0,0130	0,0059	0,0093	0,0089	0,0144	0,5150	0,0571
Er ø	0,0327	0,0544	0,0640	0,0512	0,0381	0,0341	0,0255	0,0233	0,0218	0,0197	0,7563	0,1111
22	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0323	0,0359	-0,0268	-0,0518	-0,0534	-0,0109	0,0043	0,0139	-0,0063	-0,0339	-0,0189	-0,0165
Er ø	0,0323	0,0556	0,0716	0,0719	0,0660	0,0484	0,0421	0,0390	0,0270	0,0370	0,0476	0,0499
23	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	0,0503	0,0612	0,0375	0,0149	0,0001	0,0114	-0,0055	-0,0017	0,0076	0,0171	-0,0151	0,0082
Er ø	0,0503	0,0807	0,0640	0,0433	0,0311	0,0315	0,0250	0,0224	0,0211	0,0211	0,1477	0,0455
24	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0119	0,0249	0,0021	-0,0042	-0,0040	0,0187	0,0074	0,0089	0,0091	0,0124	0,0150	0,0089
Er ø	0,0119	0,0448	0,0438	0,0382	0,0298	0,0339	0,0246	0,0232	0,0218	0,0194	0,1265	0,0403
25	1	77	185	259	290	555	287	276	291	116	276	2613
Biais	-0,0240	0,0292	0,0139	0,0051	-0,0015	0,0145	0,0001	0,0039	0,0108	0,0182	-0,0175	0,0058
Er ø	0,0240	0,0493	0,0445	0,0374	0,0295	0,0314	0,0244	0,0226	0,0221	0,0220	0,0684	0,0340